CIENCIA EN EL AULA

Contenidos científicos para docentes de física

Curso de capacitación

TUCUMÁN

MINISTERIO de EDUCACIÓN
PROVINCIA de TUCUMÁN

CERELA
CONICET

CIIDEPT
CENTRO DE INNOVACIÓN E INVESTIGACIÓN PARA EL DESARROLLO EDUCATIVO, PRODUCTIVO Y TECNOLÓGICO


$E=mc^2$

AUTORIDADES

TUCUMÁN

GOBIERNO DE TUCUMÁN

MINISTERIO de EDUCACIÓN
PROVINCIA de TUCUMÁN

Gobernador
José Alperovich

Ministra de Educación
Prof. Silvia Rojkés de Temkin

Secretaria de Estado de Gestión Educativa
Prof. Silvia Ojeda

Secretario de Estado de Gestión Administrativa
CPN Eduardo Jairala

Directora del CIIDEPT
Lic. Roxana Laks

Directora Nivel Secundario
Prof. Silvia Núñez

EQUIPO CIIDEPT

Lic. Lorena Cabrera
Ing. Verónica Popovich
Lic. Sofía Laks
Lic. Matías Galindo
Ing. Verónica Senra
Ing. Leandro Gaffet
Lic. Emilia Toledo

Investigador responsable
Dr. En Física Alberto Rojo

CERELA
CONICET

CIIDEPT
CENTRO DE INNOVACIÓN E INVESTIGACIÓN
PARA EL DESARROLLO EDUCATIVO, PRODUCTIVO Y TECNOLÓGICO

PRÓLOGO

Prof. Silvia Rojkés de Temkin
Ministra de Educación

La importancia de continuar las publicaciones de la Colección ***Ciencia en el Aula***, en esta oportunidad con la serie ***Contenidos Científicos para docentes de Física***, radica en la concreción de los desafíos que la política de un país y de una provincia realizan en materia educativa, poniendo en acción todos los esfuerzos que nuestro proyecto requiere.

Estamos ofreciendo a la comunidad educativa, científica y a la sociedad toda lo producido por un equipo de reconocidos profesionales científicos de Tucumán, quienes junto a los docentes y estudiantes de nuestras escuelas públicas generaron propuestas innovadoras y un sólido pensamiento científico.

Lograr que cada aula se convierta en un laboratorio lleno de experiencias, de ensayos, de errores, es promover la capacidad de asombro de nuestros estudiantes y también de nuestros docentes, quienes van despojándose de viejas matrices político-educativas, dando lugar a estas transformaciones necesarias para seguir cimentando un país, una provincia, una escuela donde los saberes sean para todos, donde la oportunidad y el desafío de enseñar y aprender sea lo corriente de nuestra educación.

Cuando fundamos el CIIDEPT confirmamos la importancia de la educación como política de estado, buscando la inclusión calificada de cada niño y de cada joven al mundo de las ciencias, las humanidades, al mundo del trabajo y a una sociedad más justa enmarcada en un modelo de país propio y productivo. Es por todo esto que el CIIDEPT está abierto a las necesidades locales, para dar respuestas desde el sistema educativo a los avances de la ciencia, la técnica y la producción.

Será gratificante aprender de esta publicación, que se materializa a partir de quienes la llevaron adelante, para seguir avanzando de un maestro a otro maestro. Para sentir y compartir que la educación es una construcción colectiva, que el proceso educativo es sobre todo ético y que exige en cada uno de nosotros esa responsabilidad social que implica forjar un país cada día más justo, solidario y que su desarrollo y crecimiento mira en la educación de cada uno de sus docentes, de sus científicos y de sus estudiantes la posibilidad para hacerlo.

Es un proceso democrático, dialéctico, que forma parte del hermoso desafío que es sentirnos parte de un cambio. Gracias a quienes lo hacen posible.

Un abrazo fraterno y que lo disfruten.

El CIIDEPT es una institución reciente que va echando raíces a pasos constantes en busca de la innovación y el desarrollo. Este camino es imposible recorrerlo sin la transversalidad en las acciones junto a personas e instituciones que comparten los objetivos de progreso e inclusión. Estamos seguros que la formación científica es una herramienta indispensable que lleva a comprender y transformar el mundo en el que estamos inmersos. La ciencia nos hace libres e independientes.

La colección ***Ciencia en el Aula*** es el inicio de un nuevo desafío: la publicación de nuestras experiencias de trabajo con grupos de docentes y sus alumnos. Publicar en este caso es compartir y extender esta experiencia a todos los docentes y alumnos, mediante una cuidadosa edición que permita disfrutar del aprendizaje.

Contenidos científicos para docentes de Física es el fruto de un trabajo conjunto con nuestro investigador invitado, el Dr. Alberto Rojo, Físico y docente de reconocida trayectoria a nivel internacional. Su constante y significativa labor en nuestra provincia nos enorgullece y agradecemos no solamente su excelencia científica sino también su motivación por la transmisión de sus saberes a los docentes y jóvenes de nuestras escuelas.

Lic. Mg. Roxana Laks

Directora
CIIDEPT

Alberto Rojo

Dr. En Física.
Investigador responsable.

En el período lectivo 2014 tuve el gusto de compartir con un grupo de profesores de física de Tucumán, una serie de encuentros que titulamos "***Contenidos Científicos para docentes de Física***". El proyecto surgió de conversaciones con la Ministra Silvia Rojkés y con Roxana Laks, propiciados por nuestro amigo común Daniel Kotzer, quien nos había puesto en contacto pocos meses antes. Dada mi agenda de viajes, y al coincidir 2014 con mi año sabático en la Universidad de Oakland, organizamos "Contenidos" en clases quincenales, la mitad presenciales y la mitad por videoconferencias. El formato dio resultado. Estructuré el curso en dos "tonos": por un lado, temas motivadores que los profesores pueden llevar directamente a la clase; por otro, temas más desafiantes en lo técnico, presentados a un nivel de mayor complejidad: siempre es bueno conocer el tema en una profundidad mayor a la que lo enseñamos.

La elección de los temas surgió a la vez de mis preferencias personales y de sugerencias de los participantes; traté, en lo posible, de que sean aquellos en los que trabajé o sobre los cuales publiqué artículos o libros, de manera que la exposición fuera lo más personal posible. A mitad de camino en el desarrollo del curso, Roxana me propuso armar una publicación con las notas de clase. Me pareció una muy buena idea. Surgió así este texto, para el que elegí cuatro de los temas troncales del curso. Este libro, entonces, no es una presentación sistemática de temas de física, sino una selección de temas suplemementarios a los presentados en libros de texto usuales, y que serán de utilidad para el docente secundario.

En el **capítulo I** propongo un paseo por fenómenos visuales de la vida cotidiana, analizables con nociones básicas de óptica geométrica. Parte del contendido de este módulo está tomado de primer capítulo de mi libro *La Física en la Vida Cotidiana*, con agregados más formales en la derivación de la ley de la refracción y en la teoría del arcoiris. Incluí además varios ejemplos de las artes visuales que, en mi opinión, promueven la idea de que el desarrollo de la ciencia y del arte van de la mano.

El **capítulo II** es una serie de preguntas independientes que ilustran distintos aspectos de las leyes de movimiento (las famosas leyes de Newton). La exposición central de los temas es cualitativa, en un tono divulgativo, en un tono acorde no solo para estudiantes secundarios sino para una audiencia general. Parte del contenido de este capítulo está adaptado de los contenidos que escribí para la serie de micros "*Ciencia en Todas Partes*", transmitida por Canal Encuentro. El capítulo III contiene un módulo adicional, con tratamientos más profundos de cada pregunta.

El **capítulo IV** contiene una descripción de los conceptos centrales la teoría especial de la relatividad de Einstein, sus paradojas, y una derivación de la ecuación más famosa del mundo.

El **capítulo V** contiene una una discusión reducida de física cuántica. La parte formal del capítulo solo cubre la así llamada "*vieja teoría cuántica*", antes del desarrollo más avanzado de la ecuación de Schrödinger, que quizás quedaría para futuros encuentros. Respecto de planteos conceptuales más modernos, incluí una descripción de la teoría de los muchos mundos de la física cuántica, adaptada de mi libro "*Borges y la física cuántica*".

Agradezco calurosamente a la Ministra Silvia Rojkés por darme la oportunidad de colaborar con su visión educativa, a Roxana Laks por llevar el proyecto adelante, a Verónica Popovich por su excelente tarea en la coordinación de las clases y los encuentros con estudiantes, a Verónica Senra por su rol en el aula virtual, a Leandro Gaffet por su asistencia en las clases por videoconferencia, a Lorena Cabrera por las correcciones al presente texto. Y a todos por ayudarme a exponer la más poderosa de las herramientas pedagógicas: la pasión por lo que uno enseña.

Este libro, entonces, no es una presentación sistemática de temas de física, sino una selección de temas suplemementarios a los presentados en libros de texto usuales, y que serán de utilidad para el docente secundario.

INTRODUCCIÓN

Materializar esta publicación de la colección ***Ciencia en el Aula*** ha significado para el Ministerio de Educación de la provincia de Tucumán un revelador desafío que empieza a tener ecos en uno de los derechos más preciados de nuestra sociedad: la alfabetización científica en la educación obligatoria de nuestros niños, niñas y jóvenes.

Convocar a los especialistas que trabajaron fue la primera decisión, pues esta vez no recurrimos a reproducir bibliografía y conocimiento de expertos foráneos, sino que nos propusimos abrir el abanico a profesionales de la provincia de Tucumán. Recalamos en expertos investigadores que desean acompañar las tareas de nuestro ministerio desde sus instituciones universitarias o especializadas, en diversas instancias de encuentros e investigaciones aplicadas, y conformamos un sólido equipo de trabajo que concretó la posibilidad de una transferencia educativa innovadora y de calidad.

Desde el CIIDEPT y con cada uno de los investigadores invitados a colaborar en esta propuesta, aceptamos seleccionar aquellos contenidos científicos fundamentales en la currícula de nuestras escuelas, para conocimiento de los docentes y alumnos a la hora de aprender y promover nuestros desarrollos en materia de Ciencia, teniendo en cuenta criterios de diversidad y aplicación contextualizados en el marco de lo establecido en la normativa de la Nueva Ley de Educación N° 26.206.

Sabemos que la divulgación de las investigaciones de nuestros científicos no es fluida, y precisamente por ello encaramos esta tarea. Pero no imaginamos que el reto sobre la falta de circulación de estos bienes culturales y científicos iba a ser tan elocuente y festejado por nuestra comunidad educativa.

Una de las conclusiones más evidentes fue descubrir que desde la Argentina es mucho más sencillo conseguir un libro e información de una investigación europea o norteamericana que encontrar datos de una investigación regional o local. La colonización cultural que aún arrastramos se visualiza también en este terreno. No sólo en contenidos y metodologías, sino básicamente en reconocernos como una comunidad cultural y científica fructífera con una inmensa producción de calidad que debemos continuar profundizando para el desarrollo federal e integrado del país y de toda la región. Nosotros aspiramos a que estén ***todas las voces, todas***.

Por esto, concretar la publicación de esta primera colección de ***Ciencia en el Aula*** es un gran aporte para nuestras investigaciones, a fin de favorecer un proceso de legitimación de la producción científica local; también para alertar a las editoriales y demás organismos que trabajan con la difusión de los saberes acerca de la necesidad de mayores intercambios de obras de las distintas áreas del conocimiento. Creemos que estas propuestas encenderán curiosidades y expectativas entre docentes y alumnos de acceder al vasto campo del saber científico local, algo que hoy con las redes sociales y las comerciales de internet se hace cada vez más factible.

Enriquecemos nuestra Colección con el segundo tomo de "***Contenidos científicos para docentes de Física***", enmarcada en los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP) donde resignificamos la enseñanza como la función específica de la escuela. Para que tan compleja tarea pueda cumplirse, es preciso reposicionar al docente como agente fundamental en la transmisión y recreación de la cultura y la ciencia, construyendo entre escuela y sociedad un nuevo contrato de legitimidad, con garantía del logro de aprendizajes socialmente válidos para los alumnos.

Siguiendo esta premisa garantizamos, desde la presente Colección, la alfabetización científica en las escuelas a los docentes del Nivel Secundario, aportando distintas herramientas para comprender los hechos de la vida cotidiana. A su vez, consideramos al abordaje de la Física como uno de los aspectos centrales de la educación secundaria y creemos que pocas experiencias pueden ser tan estimulantes para el desarrollo de las capacidades intelectuales de los niños, como el contacto directo con los investigadores, con los fenómenos que nos rodean y el despliegue de sus potencialidades para conocerlo. Planteamos también la necesidad de fortalecer el desarrollo profesional de todos los docentes, permitiéndoles generar prácticas de laboratorio innovadoras junto a sus alumnos, hecho que potencia el desarrollo de habilidades, actitudes y valores que caracterizan el pensamiento racional y científico, desarrollando la curiosidad de aprender, lecturas críticas y analíticas de la realidad, dando lugar al planteamiento de dudas y preguntas, a la observación con precisión y al diálogo permanente.

En este sentido consideramos que nuestra publicación de la colección ***Ciencia en el Aula***, constituye una propuesta innovadora porque busca generar transformaciones en los roles dinámicos ante la enseñanza y el aprendizaje donde los docentes junto a sus alumnos experimenten instancias colaborativas de trabajo. La Reestructuración del espacio, tiempo y agrupamientos propicia la modificación de los tiempos institucionales para el trabajo colaborativo en los talleres. Las Prácticas educativas fundamentadas científicamente en laboratorio con actividades propuestas que vinculan las prácticas de laboratorio con las de la vida cotidiana. El Manejo de los contenidos desde una perspectiva innovadora para modificar aprendizajes inadecuados o no actualizados. La Modalidad de evaluación integrada al proceso de aprendizaje, dando lugar a procesos y resultados con diferentes instrumentos y modalidades de evaluación.

Por todo lo expuesto, finalmente los invitamos a transitar todos estos recorridos por los temas del área de física que aquí se presentan, los cuales podrán ser objeto de múltiples usos por parte de docentes y alumnos en las aulas de nuestras escuelas, experimentando y apropiándose de los saberes científicos desde una perspectiva innovadora y emancipadora, que busca saltar las vallas de conocimientos parciales y ajenos a nuestro contexto, para capacitar y empoderar de criterios científicos y saberes prácticos a nuestros niños, niñas y jóvenes, quienes verdaderamente constituyen las esperanzas de un futuro próspero donde haya lugar para todas y todos los argentinos.

ÍNDICE

MÓDULO TEÓRICO #1

Óptica y rayos de luz[1]

Este primer módulo trata de óptica y rayos de luz:

Conceptos centrales:

“ Muchos de los conceptos de la óptica cotidiana pueden entenderse con el concepto de rayo de luz.

“ Muchas ideas sencillas de óptica pueden ilustrarse con obras de arte.

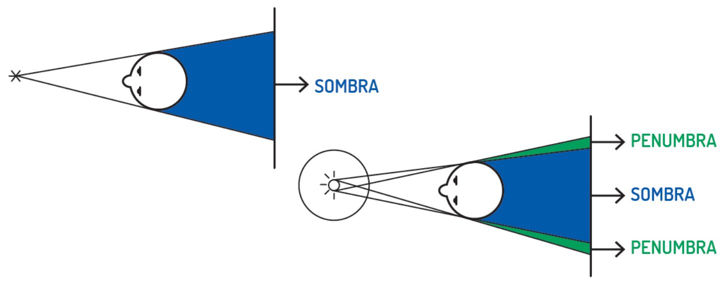
Sombra y penumbra

En la figura 1 se muestran dos maneras de crear una sombra. Con una fuente puntual, a cada punto de la pared le llega uno y solo un rayo. Al anteponerse alguien o algo entre el punto de luz y la pared, algunos rayos se interrumpen y se forma la sombra. Para la llama de la vela, la fuente no es un punto sino una pequeña almendra de luz. Eso quiere decir que a cada punto de la pared de la habitación vacía llegan rayos de luz de distintas partes de la llama. Si alguien se antepone entre la vela y la pared se forma una silueta oscura, pero si la miramos en detalle descubrimos que el borde no es una línea

Los rayos de luz

Pitágoras, filósofo griego del siglo VI a. de C., sugirió que la luz está hecha de rayos que actúan como tentáculos que se propagan en línea recta desde el ojo hasta el objeto, y la sensación de ver se produce cuando el rayo toca al objeto. Esta idea suena exótica, pero si invertimos la dirección de propagación de estos rayos obtenemos la descripción básica que aceptamos hoy. Digamos entonces que la luz está hecha de rayos que se propagan en línea recta. Esta descripción es válida en muchísimos casos y nos ayudará a entender fenómenos visuales de nuestra vida diaria.

1. El contendio de este módulo está parcialmente adaptado del capítulo 1 de *La Física en la Vida Cotidiana*, de Alberto Rojo.



Esa transición entre sombra (umbra) y claridad es la ***penumbra***.

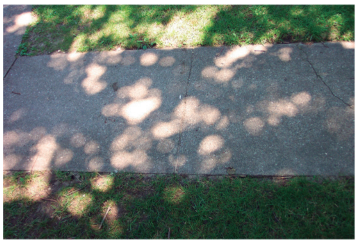
definida como en el caso del punto de luz. Como antes, a algunos puntos de la pared no llega ningún rayo. Pero en el borde de la sombra hay puntos a los que llega parte de la luz de la vela, puntos en los que sólo algunos de los rayos fueron interrumpidos. Esa transición entre sombra (umbra) y claridad es la ***penumbra***. Para una mosca en la pared, en la sombra, la vela está detrás de Alicia. Si la vela fuera el sol y Alicia la luna, la mosca estaría en la zona de un eclipse total. Ahora la mosca camina por la pared y empieza a ver partes de la vela. Está en la penumbra, o en la zona de un eclipse parcial de vela. En la zona iluminada, es como si hubiera salido el sol. En un día de sol, el contorno de nuestra sombra en el pavimento no es un borde afilado sino un contorno difuso ya que el sol es un disco y no un punto: si tomamos un punto fijo en la Tierra y trazamos rayos imaginarios hacia el perímetro del sol, los rayos forman un cono de un ángulo de medio grado. En ese mismo día de sol, proyecten la sombra de su mano en un papel blanco y vean cómo ese contorno difuso, la penumbra, se hace más definido a medida que acercan su mano al papel. Midan el ancho de ese contorno y divídanlo por la distancia de su mano al papel. Comprobarán que ese cociente es constante y aproximadamente 1/112. Ese es el ángulo del cono que mencionaba. Dicho de otro modo, una moneda de 1 centímetro de diámetro puesta a 112 centímetros de nuestros ojos bloquea el disco entero del sol. Ese ángulo es responsible de la penumbra de nuestra sombra. Una de las coincidencias fortuitas de la naturaleza es que el ángulo del cono del sol es casi el mismo del ángulo del cono de la luna: la luna es cuatrocientas veces más chica que el sol pero está cuatrocientas veces más cerca. Gracias a esta hermosa coincidencia, en un eclipse la luna cubre al sol por completo.

ESTIMAR A QUÉ DISTANCIA DEL SUELO ESTÁ LA MANO DE LA FOTO N° 1


N° 1


N° 2

Cuando la luz del sol se filtra por las hojas, los huecos por los que pasa la luz son mucho menor por su distancia al suelo, sus irregularidades son imperceptibles y el hueco actúa como un punto por el que pasan los rayos, proyectando la imagen del sol tal como lo hace una cámara fotográfica. Los círculos en el piso son "fotos" del sol.



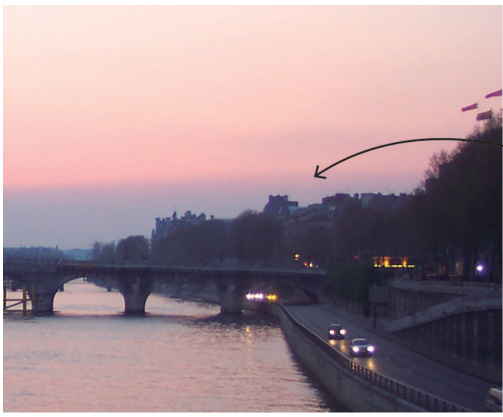
Midiendo el diámetro de los círculos en el piso y multiplicando por 112 tenemos una estimación de la altura del árbol.

Fíjense que para arbustos chicos los círculos son pequeños, para árboles altos los círculos son más grandes.

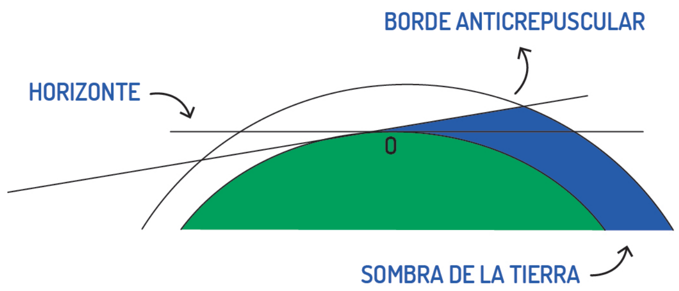
Crepúsculo y anticrepúsculo

El sol está detrás del horizonte pero sigue iluminando el cielo: es el momento del crepúsculo. El cielo, a su vez ilumina el paisaje. El amanecer y el atardecer son fenómenos simétricos, de modo que la luz del sol es la misma en los dos eventos, salvo que ocurren en orden inverso. En un caso la luz del cielo se antecede a la salida del sol, en el otro lo sucede. En el momento en que el sol se pone, el cielo del oeste adquiere un tinte amarillo o naranja. Ese disco es la aureola amarilla, llamado el **arco crepuscular**, está centrado en el sol y también se lo llama aureola solar. Al cabo de unos pocos minutos, un arco azul se eleva en el horizonte del este. Es la sombra de la tierra proyectada en la atmósfera, como si fuera una pantalla, delimitada por debajo por el horizonte y por arriba por un arco rojizo, que algunos llaman "**anti-crepúsculo**". A medida que pasa el tiempo la sombra va subiendo y el borde entre los arcos se hace menos diferenciado. El cielo va poniéndose mas azul y menos luminoso, hasta que llega la noche.

El arco azul encima del horizonte es la sombra de la tierra proyectada por el sol que ya está debajo del horizonte del oeste. El arco rojizo encima del arco azul es el anticrepúsculo, creado por los rayos que pasaron por encima del horizonte del oeste. El arco azul va elevándose a medida que oscurece.



BORDE ANTICREPUSCULAR



El dibujo ilustra la geometría del anticrepúsculo. Un observador que esté en el punto O en el atardecer y mire al este, verá la sombra de la Tierra encima del horizonte.

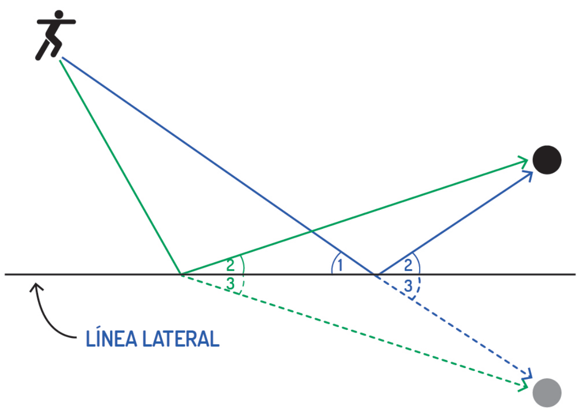
¿Cómo se refleja la luz?

Empecemos por un concepto sencillo: la línea recta. Ustedes están parados en una cancha de fútbol, la pelota está quieta y quieren llegar a patearla lo más rápido posible **¿Qué camino sigue?** La respuesta "obvia" para todo el mundo es: la lína recta. Con los rayos de luz pasa lo mismo. Un rayo de luz sigue la trayectoria que le toma el menor tiempo, en este caso la línea recta (si iluminamos un objeto con una linterna en la oscuridad, vemos que los rayos en efecto van en línea recta). Ahora compliquemos un poco la situación. Supongamos que tenemos que ir desde un cierto punto de la cancha hacia la pelota, pero en el medio estamos obligados a tocar la línea lateral **¿Cuál es el camino que nos tomará menor tiempo?** La primera parte de la respuesta es que vamos en línea recta hacia la línea lateral y luego en línea recta hacia la pelota. Pero todavía nos queda por saber hacia cuál punto de la línea. La respuesta es sencilla, la trayectoria de mínimo tiempo es tal que el ángulo de llegada a la línea es igual al de salida. **¿Por qué?**

Rayos que se quiebran

Los rayos de luz no siempre se propaga en línea recta. Los rayos de luz pueden "quebrarse" o doblarse. Por ejemplo, si iluminamos un espejo con una linterna, la luz emitida se refleja en el espejo. Este fenómeno, la reflexión de un rayo de luz, es un ejemplo en el que el rayo se quiebra en dos partes, cada una de ellas una línea recta. Cuando hablamos de la reflexión y la refracción de un rayo de luz nos referimos al quiebre del rayo, a la desviación de su trayectoria respecto de la línea recta. Si entendemos lo esencial de estos dos fenómenos tendremos una comprensión unificada de varios efectos visuales y de sus aplicaciones prácticas. Antes de discutir los ejemplos, preguntémonos entonces ¿Por qué en ciertos casos los rayos se propagan en línea recta y por qué en otros casos se quiebran? Hoy aceptamos la respuesta de Pierre de Fermat (matemático francés del siglo XVII): los rayos de luz siguen el camino que les toma el menor tiempo. Por curioso que parezca, en este sencillo principio está encapsulado un gran número de fenómenos ópticos, y vale la pena que nos detengamos a analizarlo aunque sea un tiempo corto.

En la figura de abajo mostramos una versión adaptada de la hermosa demostración que nos regaló Herón de Alejandría, varios años antes de Cristo.



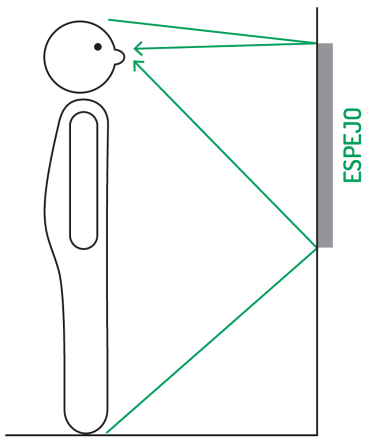
Un jugador tiene que llegar a la pelota en el menor tiempo posible, tocando la línea lateral **¿Qué trayectoria sigue?** Para contestar la pregunta dibujemos una pelota "fantasma" del otro lado, a la misma distancia de la línea que la pelota real.

Los caminos a la pelota real y a la pelota fantasma son del mismo largo ya que, en cada caso, los ángulos indicados como 2 y 3 son idénticos (en la figura hay sólo dos de los infinitos caminos posibles a la pelota). El camino más corto a la pelota fantasma es la línea recta, de modo que el ángulo 1 es igual al 3.

En conclusión: para llegar a la pelota en el menor tiempo debemos seguir un camino con ángulos iguales de llegada y salida de la lína lateral. Aplicado a los rayos de luz y en jerga científica decimos que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. Esta es la llamada **Ley de la reflexión**.

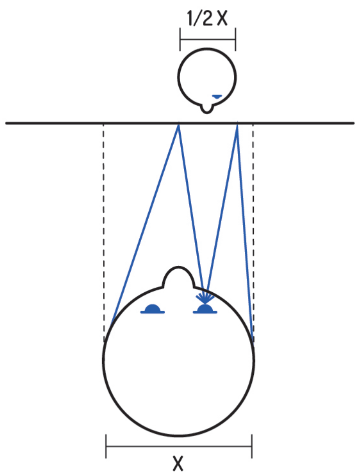
Hace poco tuvimos que encargar un espejo nuevo en casa y la ley de la reflexión de los rayos de luz nos ayudó a economizar gastos. Necesitábamos un espejo para vernos de cuerpo entero y nos preguntamos cuál era la altura mínima que debía tener el espejo **¿Es necesario que el espejo sea de nuestra misma altura?**

En la figura mostramos que es suficiente con que el espejo tenga exactamente la mitad de nuestra altura para vernos de cuerpo entero.



El rayo de luz que va del pie al ojo se refleja en la parte inferior del espejo, y el rayo que va del tope de la cabaza al ojo se refleja en la parte superior. Invitamos al lector a comprobar con su propio espejo que este esfecto es independiente de la distancia al espejo.

Usando la misma geometría que muestra que solo necesitamos que el espejo sea la mitad de nuestra altura para vernos de cuerpo entero, podemos ver que el contorno de puntos donde se refleja nuestra cara es de la mitad del tamaño de nuestra cara.



Lo podemos verificar con un sencillo experimento casero: Mirate en el espejo empañado y pasá el dedo por el contorno de tu cara. Vas a ver que el tamaño del contorno es la mitad de tu cara.

Espejos en el arte

Un bar del Folies-Bergère. Édouard Manet. Dominio Público, vía Wikimedia Commons. http://commons.wikimedia.org.

En "Un bar del Folies-Bergère" el bar aparece reflejado en el espejo detrás de la mujer pero la reflexión es incorrecta.

La reflexión en un espejo aparece en muchos cuadros. En "**Un bar del Folies-Bergère**" que Édouard Manet pintó en 1882, parte de cuya virtud hipnótica reside en el contraste entre una audiencia que espera el espectáculo y los tristes ojos de cansancio de Suzon, la mujer detrás del bar. Pero su encanto deriva también de una sutil distorción de la realidad que Manet, violando la ley de la reflexión de los rayos de luz, incorporó a la pintura; una distorsión que confiere a la escena un sentido misterioso persistente aún después de descubrir el "error". **¿Cuáles son los errores del cuadro?** En "Un bar del Folies-Bergère" el bar aparece reflejado en el espejo detrás de la mujer pero la reflexión es incorrecta en tres sentidos. Las reflexiones de botellas de la izquierda del cuadro están pintadas más adelante de su ubicación real. Mientras la imagen reflejada de la mujer debería ser apenas visible detrás de ella, Manet la pintó muy a la derecha. Finalmente, el hombre de la derecha está enfrente de la mujer, de modo que debería ser "quien mira la pintura" ya que la reflexión indica que está frente a la mujer. El observador está mirando la pintura frente a un espejo y mirando su propia reflexión a la derecha.

En La **Venus, de Velázquez,** hay también dos "errores" de espejos. En primer lugar el espectador ve el rostro reflejado de Venus, con lo cual ella no podría verse: estaría viendo al espectador. Sería natural esperar que Venus sea coqueta y quiera mirarse. En segundo lugar, el rostro de Venus en el espejo tiene más o menos el mismo tamaño que su cara. El rostro reflejado debería ser mucho más chico.

Venus del espejo. Diego Velázquez. Dominio Público, vía Wikimedia Commons. http://commons.wikimedia.org.

Las Meninas. Diego Velázquez. Dominio Público, vía Wikimedia Commons. http://commons.wikimedia.org.

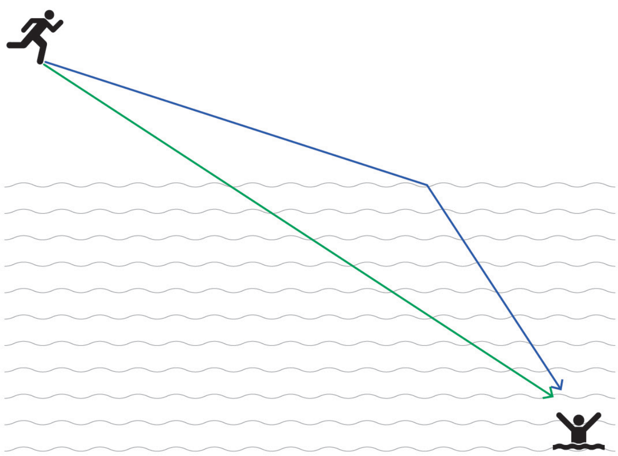
En **Las Meninas, de Velázquez**, uno de los grandes cuadros de la historia del arte, por primera vez aparece un espejo que mira (intencionalmente) afuera del cuadro. Los reyes (que están afuera del cuadro) están reflejados en el espejo del fondo de la habitación.

Como el espejo que se necesita para verlos enteros es (aproximadamente) de la mitad del tamaño que los reyes, en este caso no hay, como en los casos anteriores, gran violación de las leyes de la óptica.

Refracción

En el caso de las reflexiones, la luz –antes y después de reflejarse (en un espejo, por ejemplo)– se propaga en el aire. Un rayo de luz también puede propagarse dentro de algunos materiales, como el vidrio. Ahora bien, el vidrio es más denso que el aire y resulta que, en medios densos como el agua, el vidrio y el aceite, la luz se propaga más despacio que en el aire.

La pregunta ahora es **¿cuál es el camino de menor tiempo para ir de un medio a otro?** El camino óptimo no es la lína recta, como ilustramos en la figura siguiente



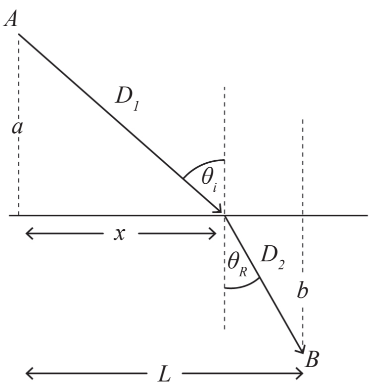
Un guardavidas quiere llegar a rescatar a su amigo lo más rápido posible ¿Qué camino debe seguir? Si elige la línea recta nadará un trayecto más largo que si eligiera la línea quebrada. Como todos nos desplazamos más rápido corriendo que nadando, al guardavidas le conviene elegir un camino más largo que la línea recta, de modo de acortar el trayecto en el agua y alargarlo en la playa. El camino más rápido es entonces la línea quebrada. Del mismo modo, los rayos de luz se quiebran al pasar del aire al agua, o del aire al vidrio. El fenómeno del quiebre del rayo de luz es lo que llamamos refracción.

La cáustica

El hecho de que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión se aplica a la reflexión en una superficie curva: cada rayo se refleja siguiendo la ley de reflexión con la tangente a la curva. Esto hace que un haz de rayos paralelos se distorsione en una línea curva, la "cáustica", que ustedes habrán visto en el fondo de una taza.
Una aplicación de los efectos "cáusticos" del quiebre de los rayos de luz al reflejarse está en el cuento "A Slight Case of Sunstroke", donde Arthur C. Clarke propone que cincuenta mil fans en un estadio de fútbol, cada uno con un espejo, desvíen los rayos de sol apuntando al referí para quemarlo.

LA LEY DE REFRACCIÓN EN VERSIÓN MÁS FORMAL

En clase vimos, además del argumento cualitativo de la refracción, una derivación un poco más formal. Digamos entonces que un rayo de luz tiene que ir desde el punto A al B, atravesando una iterfase entre dos medios como indico en la siguiente figura:



En el medio superior la velocidad es c_1 y, en el inferior, c_2. Los dos trayectos rectos tienen longitud D_1 y D_2 respectivamente, con

$$D_1 = \sqrt{x^2 + a^2}$$

y

$$D_2 = \sqrt{(L-x)^2 + a^2},$$

y donde x es el punto de contacto del rayo con la interfase. El tiempo total $T(x)$ de viaje del rayo desde A al B es

$$T(x) = \frac{D_1}{c_1} + \frac{D_2}{c_2}$$

Explícitamente, en términos de x:

$$T(x) = \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{(L-x)^2 + a^2}}{c_2}$$

Para encontrar el tiempo mínimo igualamos a cero la derivada con respecto a x:

$$\frac{d}{dx}T(x) = \frac{1}{c_1}\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{1}{c_2}\frac{(L-x)}{\sqrt{(L-x)^2 + a^2}} = 0$$

Las cantidades de arriba se relacionan directamente con los senos de los ángulos incidente θ_i y refractado θ_R:

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \sin\theta_i$$

y

$$\frac{(L-x)}{\sqrt{(L-x)^2 + a^2}} = \sin\theta_R$$

Por otro lado, las velocidades en cada medio están relacionadas con sus correspondientes indices de refracción n_1 y n_2:

$$c_1 = \frac{c}{n_1}, c_2 = \frac{c}{n_2}$$

Encontramos entonces, la ley de la refracción, o ley de Snell:

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_R$$

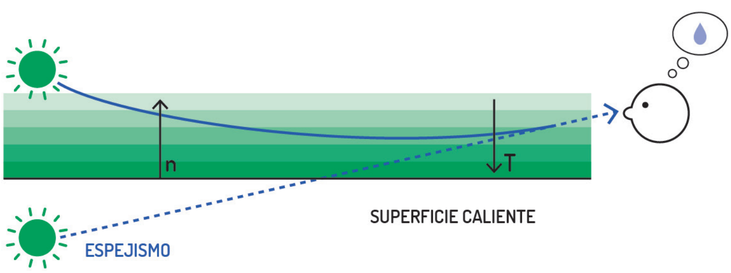
que en nuestro cálculo resulta directamente de un principio de minimización.

Espejismos

La **reflexión** y la **refracción** de los rayos de luz están presentes en un sinnúmero de fenómenos de nuestra experiencia diaria. Uno muy interesante son los **espejismos**, donde los rayos de luz del sol se curvan al refractarse en al aire cerca de una superficie caliente.

En un día de calor, el aire está más caliente cuanto más cerca está del asfalto. A su vez, cuanto más caliente está el aire menor es su densidad y los rayos de luz se refractan, siguen una trayectoria curva y llegan a nuestros ojos como si se hubieran reflejado en el asfalto, creando la illusion óptica del espejismo.

En la figura siguiente represento la refracción como si ocurriera en tres capas de aire para que el efecto resulte más claro, pero en realidad el rayo se curva en una línea continua.



El mismo fenómeno puede verse cerca de paredes calientes y es el responsable de que titilen las estrellas.

Reflexión más refracción

Vimos que cuando un rayo de luz atraviesa un vidrio se refracta. Ahora bien, los rayos de luz tienen una peculiar propiedad adicional: al incidir sobre una superficie, una fracción de los rayos se refleja y otra se refracta. Lo podemos comprobar de noche, en una habitación con una luz encendida. Si vemos la habitación desde afuera, a través del vidrio de la ventana, la percibimos iluminada. Eso quiere decir que muchos de los rayos de luz atravesaron la ventana desde adentro hacia afuera. Si vemos el vidrio de la ventana desde adentro vemos el reflejo poco intenso de la luz del interior: una pequeña fracción de los rayos se refleja y el vidrio es un espejo que nos devuelve una imagen tenue.

REFRACCIÓN EN EL ARTE

La física de la moneda que desaparece, del experimento anterior, está en el cuadro "Peces de Colores" de Henri Matisse, donde pueden verse los peces refractados en la superficie del agua. Además, puede verse el aumento de tamaño de los peces a través de la superficie curva de la pecera con respecto a los que se ven a través de la superficie plana.

La siguiente es una recreación casera, con pecesitos de plástico, donde pueden apreciarse los dos efectos ópticos:

El aumento de tamaño por el efecto de la curvatura del recipiente, y la refracción en la cara superior.

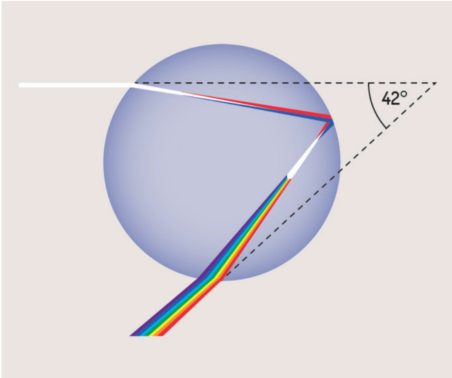
REFRACCIÓN DE LA LUZ: UN EXPERIMENTO CASERO

1. Poner una moneda en en el fondo de una taza vacía.

2. Desplazar la cabeza hasta el ángulo preciso en el que la moneda desaparece de la vista.

3. Sin mover la cabeza, agregar agua hasta el tope de la taza (línea roja)
¿Qué se ve?

¿A qué distancia está el arco iris?



El origen del arco iris está en que la luz blanca del sol está hecha de rayos de todos los colores que al entrar al agua se quiebran, y los rayos azules se quiebran más que los rojos. Los rayos azules son como guardavidas que nadan más lentos que los guardavidas que corresponden a los rayos rojos. Ese quiebre se pone en evidencia en un prisma o en un vidrio viselado donde pueden verse pequeños arco iris. Y el grupo de rock Pink Floyd lo usó como tapa de su clásico disco "El lado oscuro de la luna".

El arco iris que vemos en el cielo no proviene de prismas con ángulos sino de los quiebres de los rayos de luz en las gotas de lluvia que caen.

El arco iris se produce por *dos* quiebres de los rayos sumado a una reflexión, o a un rebote del rayo en la parte de atrás de la gota. El rayo de sol entra a la gota, re refracta y al refractarse se divide en sus partes rojas y azules. Luego cada uno de los rayos, el azul , el rojo y los de colores intermedios, se reflejan en la parte de atrás de la gota. Y luego se refractan y salen como rebotados para atrás formando un ángulos muy específico con los rayos del sol: 42 grados para el rojo y 40 grados para el azul.

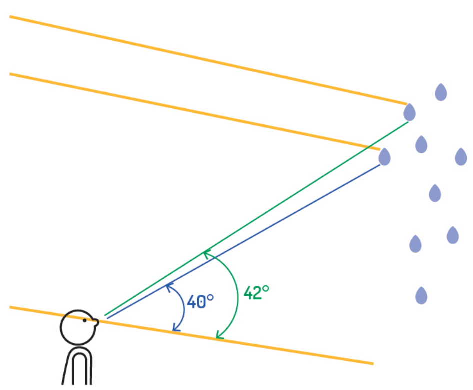
Por eso vemos el arcoíris cuando tenemos el sol de espalda y por eso cuanto más bajo está el sol más alto está el arco iris. Y por eso el arco está dentro de un cono, como un cucurucho de helado, cuya punta forma un ángulo de unos **42 grados**.

Entonces, cuando vemos el arco iris vemos la luz que proviene de una dirección muy específica y no de una gota específica. Las gotas van cayendo y siempre vemos el arco en la misma posición, de modo que en realidad mientras vemos el arco iris estamos viendo luz que viene de gotas distintas. Si nos movemos hacia el arco también cambian las gotas que nos devuelven los rayos y siempre vemos el mismo arco. Por eso, ¡no podemos acercarnos al arcoíris!

El arco iris no está en ninguna ubicación. Cuando dos personas ven el arco en el cielo en realidad están viendo distintos arcos; hay tantos arco iris como ojos que ven a la tormenta.

Estrictamente cada uno de nuestros ojos ve un arco distinto. Y como siempre vemos los rayos que forman el mismo ángulo con los rayos de sol, el arco iris, curiosamente, no tiene un tamaño, su tamaño es una ilusión.

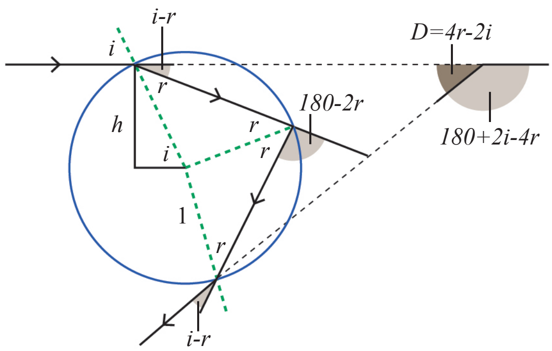
La mente proyecta su imagen en el cielo y lo achica o lo agranda dependiendo del fondo o el paisaje contra el que aparece. Si hacemos un arcoíris artificial con las gotas de la manguera del jardín, de espaldas al sol veremos un arco de círculo del mismo "tamaño" que un arcoíris en el horizonte en el mar.



¿POR QUÉ 42 GRADOS?

En clase discutimos los efectos cualitativos del arco-iris, pero también calculamos explícitamente el ángulo del arco, que depende del índice de refracción del agua. En realidad, hay un número infinito de rayos paralelos que inciden en la gota (que supondremos esférica) y que se refractan en distintos ángulos, formando una especie de abanico de rayos. El ángulo con el que cada rayo emerge de la gota depende de la altura del rayo respecto del centro de la gota.

Muestro un rayo particular en la figura que sigue, donde indico los ángulos *i* (incidente) y *r* (refractado) que el rayo forma con respecto a la normal a la superficie de la gota.



El ángulo de D de deflección del rayo es

$$D = 4r - 2i$$

Si tomamos el índice de refracción del aire igual a 1, y llamando n al índice de refracción de la gota, tenemos (usando la ley de Snell)

$$r = \arcsin\left(\frac{\sin i}{n}\right)$$

Y, (tomando el radio de la esfera como la unidad), tal como se ve en la figura de arriba

$$\sin i = h$$

encontramos el ángulo de deflección como función de h

$$D(h) = 4\arcsin\left(\frac{h}{n}\right) - 2\arcsin h$$

El máximo número de rayos deflectados está dado por el máximo de la función $D(h)$. Usando la derivada del arco seno:

$$\frac{d}{dx}\arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Un ejercicio de derivadas da

$$\frac{d}{dh}D(h) = 2\frac{1}{\sqrt{1-h^2}} - 4\frac{1}{\sqrt{n^2-h^2}} = 0$$

o, lo que es lo mismo

$$\frac{1}{\cos i} = 2\frac{1}{\sqrt{n^2 - sin^2 i}}$$

y

$$cos^2 i = \frac{n^2-1}{3}$$

Usando el índice de refracción del agua n=1,33 obtenemos

$$i = 59{,}58^o, r = 40{,}42^o$$

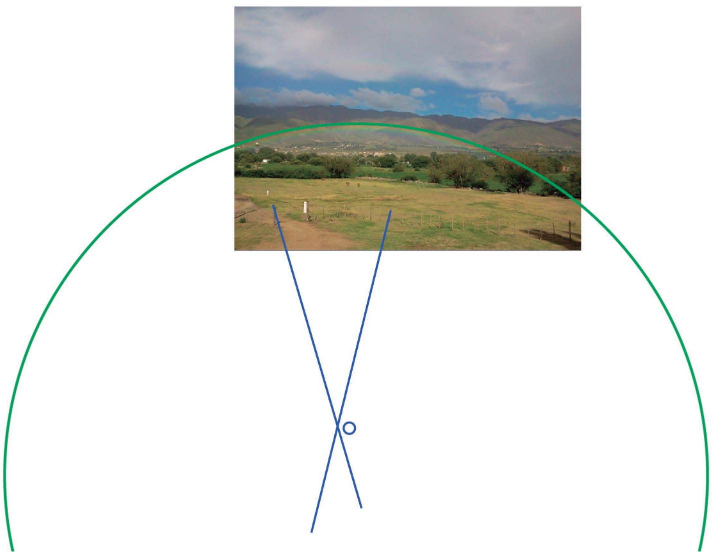
Y finalmente,

$$D = 4r - 2i = 42^o$$

Arcoiris en el arte

Cuando vemos el arcoiris tenemos el sol de espaldas, de modo que las sombras apuntan al llamado “punto anti solar”, el centro del arcoiris, que está en la prolongación de una línea que une nuestra cabeza con el sol. Lo apreciamos en la siguiente foto donde alcanzan a verse las sombras de los postes de alambrado.

Prolongando las sombras encontramos el punto antisolar (marcado con un pequeño círculo) , que es el punto de fuga de las sombras del alambrado.



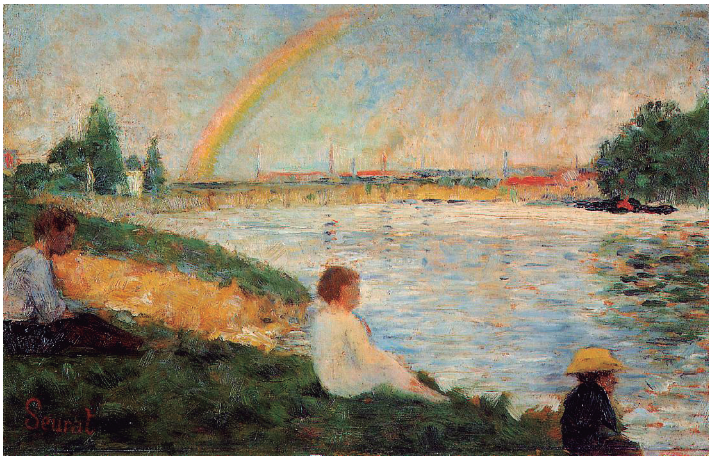
COMENTARIO SOBRE EL ÁNGULO SUBTENDIDO POR EL ARCOIRIS

Vimos que el ángulo subtendido por el arco iris es aproximadamente dos grados (la diferencia entre el ángulo del azul y del rojo). También vimos que la Luna subtiende un ángulo de medio grado. Entonces, como puede apreciarse, el "espesor" del arcoiris es cuatro veces el de la luna.

En este cuadro de Joseph Koch (1768-1839) pueden verse sombras que apuntan a un costado, violando la ópica del arcoiris. Además, el centro del arco del cuadro está casi en al horizonte, con lo cual las sombras deberían ser muy largas.

Paisaje con las ofrendas de paz de Noé. Joseph Anton Koch. Dominio Público, vía Wikimedia Commons. http://commons.wikimedia.org.

En este cuadro de Seurat hay un aroiris sobre un cielo azul, cosa que es imposible ya que necesitamos las gotas de agua para ver el arco. Quizás Seurat agregó el arcoiris a la escena para sumarle un efecto luego de pintarla.



Arcoiris. Georges Seurat. Dominio Público. http://www.the-athenaeum.org

El poeta John Keats acusó a Isaac Newton de “destejer” el arco iris, de quitarle su misterio al explicar su origen óptico, al reducirlo a ángulos y prismas y refracciones. Pero si vemos con cuidado descubrimos que los misterios no pierden su poesía al ser explicados. Al contrario, la explicación le suma estrofas.

MÓDULO TEÓRICO **#2**

Leyes de Movimiento

Seguiremos este recorrido científico del segundo módulo descubriendo más acerca de las leyes de Newton:

Conceptos centrales:

“ Un cuerpo sobre el que no actúa ninguna fuerza se mantendrá en reposo o se moverá a velocidad constante y en línea recta

“ La fuerza es la causa del cambio de movimiento.

“ Para toda acción hay una reacción igual y opuesta

El formato de la presentación consiste de 7 temas independientes (vinculados a los conceptos centrales) divididos en tres partes:

1. Pregunta motivadora (para plantear a los estudiantes y accesibles a una audiencia general).
2. Respuestas cualitativas (sin formalismo matemático y accesibles tanto a estudiantes como a una audiencia general)
- Respuesta corta y respuesta larga.
3. Cálculos suplementarios, con ecuaciones, un poco más avanzados que nivel secundario, pero aptos para estudiantes con mayor interés.

Con tres simples leyes, Newton da coherencia a un sinnúmero de fenómenos del mundo cotidiano; la riqueza y la complejidad que nos rodea no son más que la intrincada orquestación de tres principios sencillos.

1. Las leyes de Kepler en la literatura

En Los Viajes de Gulliver, Swift anticipa –por casualidad o profunda intuición literario-científica– el número de lunas de Marte y, con buena precisión, sus distancias al planeta.

Comenzamos la discusión con un fragmento literario:
En Los Viajes de Gulliver, escrito en 1726, Swift describe a los astrónomos de la isla de Laputa.

Esas ventajas [sus mejores telescopios] les han permitido superar en mucho los descubrimientos de los astrónomos europeos. Han catalogado diez mil estrellas fijas, mientras que los nuestros apenas rebasan el tercio de ese número. Asimismo han descubierto dos estrellas menores, o "satélites" que giran alrededor de Marte. El que traza la órbita más corta dista exactamente tres diámetros del centro del planeta principal; el otro, cinco diámetros. El primero tarda diez horas en describir una órbita; el segundo veintiún horas y media, de modo que el cuadrado de su tiempo de revolución es aproximadamente proporcional al cubo de sus distancias al centro de Marte, lo que patentiza que estan gobernados por la misma ley de gravitación que rige los otros cuerpos celestes.

Swift habla de dos lunas de Marte, pero en ese momento no se las conocía. Fobos y Deimos, las lunas o satélites de Marte fueron descubiertas un siglo y medio después, en 1877. Y todavía más, las distancias de Fobos y Deimos son 1,4 (Swift dice 3 para la primera) y 3,5 (Swift dice 5 para la segunda) diámetros de Marte , y sus tiempos orbitales son 7,6 y 30,3 horas contra las 10 y 21,5 horas que asigna Swift. ¿Coincidencia? Si, pero una coincidencia que resulta de una intuición informada. Swift tenía amigos astrónomos y sabía que los planetas internos (Mercurio y Venus) no tienen satélites, la Tierra tiene uno, Júpiter cuatro (los que se conocían en ese momento). Entonces quizás eligió un número entre uno y cuatro y le acertó. Además, si no se habían descubierto, era razonable pensar que estaban muy cerca de Marte. Claro que hoy sabemos que Júpiter tiene 50 lunas o sea que le acertó bastante bien.
Focalizarse en el párrafo de las leyes de Kepler. Demostrarlo.

2. Acción y Reacción

Tiro una rama al piso. **¿Es verdad que la tierra se mueve un poco para arriba?**

a. Sí, porque la rama atrae a la tierra.

b. No, porque la Tierra atrae a la rama pero la rama no atrae a la Tierra.

c. Depende de la velocidad con que tires la rama.

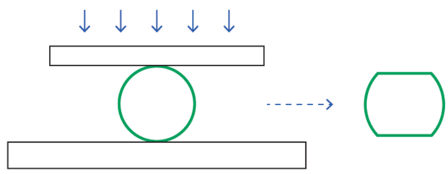
Respuesta corta: a

Según la tercera ley de Newton, ampliamente verificada, si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, este ejerce una fuerza igual y contraria sobre el primero. La rama cae porque la tierra la atrae con la fuerza de gravedad. A su vez, la rama atrae a la rama con una fuerza igual y opuesta. Como la tierra es mucho más pesada que la rama, se mueve una cantidad imperceptible (pero no nula) hacia arriba.

Respuesta larga

Habrán escuchado "como dijo Newton toda acción tiene su reacción igual y opuesta". La frase (o sus variantes) tiene algo de slogan moral y concede una legitimidad científica a la idea de que se nos recompensará si obramos bien o se nos castigará si obramos mal. Pero lo cierto es que esa extensión de la física a la cultura popular, incluyendo la política y la economía, es injustificada. La ley de Newton a la que alude el dicho popular habla de fuerzas, no de actitudes, y se aplica a circunstancias muy precisas y muy interesantes que vale la pena experimentar.

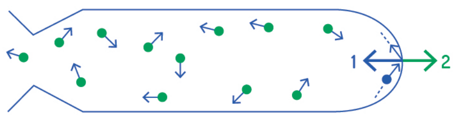
Les sugiero el siguiente experimento: apoyen una esfera de telgopor sobre una mesa y, con una madera, aplástenla bruscamente. La madera ejercerá una fuerza sobre la esfera y la achatará. Ahora bien, lo interesante es que la esfera también se achatará por abajo,



de la parte que está en contacto con la mesa. La esfera se achata por debajo porque la mesa ejerce fuerza sobre la esfera, de abajo hacia arriba, una fuerza idéntica a la que la madera ejerce de arriba hacia abajo. Según Newton, las fuerzas siempre vienen en pares opuestos; si un objeto ejerce una fuerza sobre otro, el segundo objeto le devuelve el favor ejerciéndole una fuerza de igual magnitud, una especie de Ley del Talión de la mecánica.

Según Newton, las fuerzas siempre vienen en pares opuestos; si un objeto ejerce una fuerza sobre otro, el segundo objeto le devuelve el favor ejerciéndole una fuerza de igual magnitud, una especie de Ley del Talión de la mecánica.

La propulsión de los cohetes es una aplicación interesante de esta ley (la "tercera ley de Newton") y contiene una historia divertida de malentendidos por parte de los editores del diario The New York Times. Imaginen al cohete como un globo de cumpleaños (con la forma del cohete) lleno de aire, pero con el orificio abierto, sin anudar. Las moléculas de aire, chocan con el interior del globo, y algunas salen por el orificio.



Fijen la atención en la molécula que choca contra el extremo derecho del cohete. La molécula, al chocar, cambia su dirección. Eso es posible si una fuerza actúa sobre ella. **¿Quién ejerce esa fuerza?** La pared interna del cohete, la fuerza marcada como "1" en la figura. Pero si la pared ejerce una fuerza sobre la molécula, la molécula ejerció una fuerza igual y opuesta sobre la pared (la fuerza "2") que empuja al cohete. Esa fuerza, la que las moléculas ejercen sobre la pared derecha, es la que acelera al cohete de izquierda a derecha. Ustedes dirán que también hay fuerzas sobre las otras paredes del cohete, y eso es cierto. Lo que pasa es que la fuerza que la miríada de moléculas ejerce sobre la parte superior del cohete se compensa con la que ejercen sobre la parte inferior. En cambio, la fuerza sobre la parte derecha no se compensa ya que, de la parte izquierda, las moléculas se escapan del cohete. Este principio de propulsión es el mismo de las cañitas voladoras y de los fuegos artificiales.

En 1649, el escritor satírico Cyrano de Bergerac escribió su *Voyage dans la Lune* (Viaje a la Luna), donde describe un viaje en góndola, en el que unos soldados encienden fuegos de artificio que actúan como cohetes y lo lanzan a la Luna. Hasta donde yo sé, esta es el primer viaje ficticio a la Luna que explota la tercera ley de Newton (¡casi cuarenta años antes de que Newton la formule!).

Mucho tiempo después, en 1919, Robert H. Goddard publicó "Un método para alcanzar altitudes extremas", un artículo en el que proponía usar cohetes para llegar a la Luna. El 13 de enero de 1920, un famoso editorial del New York Times ridiculizó su propuesta equiparando a Goddard con Julio Verne, en cuya novela "De la Tierra a la Luna" los protagonistas son eyectados al espacio por un cañón gigantesco.

El 17 de julio de 1969, cuando los tripulantes del Apolo estaban camino a la Luna, el New York Times publicó un "descargo" que decía:

"Una corrección. En 1920 la página editorial desacreditó la propuesta del profesor Goddard, sosteniendo que `no conoce la relación entre acción y reacción, y la necesidad de tener algo más que el vacío contra lo cual reaccionar. Al parecer (él) carece de los conocimientos que se imparten diariamente en el colegio secundario'. Subsecuentes investigaciones y experimentos confirmaron los hallazgos de Isaac Newton en el siglo diecisiete y ahora está completamente establecido que un cohete puede funcionar tanto en el vacío como en la atmósfera. El Times lamenta el error."

La tercera ley de Newton se aplica al vuelo de un pájaro, cuyas alas empujan al aire de arriba hacia abajo y el aire reacciona con una fuerza de abajo hacia arriba que mantiene al pájaro en el aire, o cuando nadamos y empujamos el agua hacia atrás y nos movemos hacia delante y en tantas otras circunstancias donde intervienen fuerzas. Pero solo fuerzas.

La **tercera ley de Newton** se aplica al vuelo de un pájaro, cuyas alas empujan al aire de arriba hacia abajo y el aire reacciona con una fuerza de abajo hacia arriba que mantiene al pájaro en el aire, o cuando nadamos y empujamos el agua hacia atrás y nos movemos hacia delante y en tantas otras circunstancias donde intervienen fuerzas. Pero solo fuerzas.

3. Velocidad de escape

¿Qué son los agujeros negros? ¿Existen en realidad?

a. Son regiones del espacio de las que la luz no puede escapar. Sí, existen.

b. Son pozos muy grandes en la tierra.

c. Son planetas inobservables que atrapan la luz.

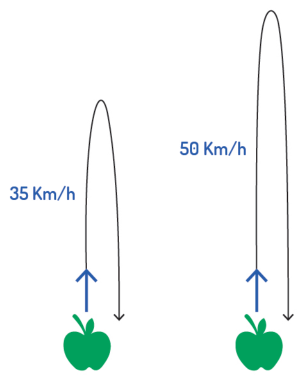
Respuesta corta: a

Un agujero negro es una región del espacio (o del espacio-tiempo para ser más precisos) donde la gravedad impide que cualquier cosa, incluyendo la luz, se escape. La teoría de la relatividad general de Einstein predice que una masa suficientemente compacta se deforma en el espacio-tiempo para formar un agujero negro.

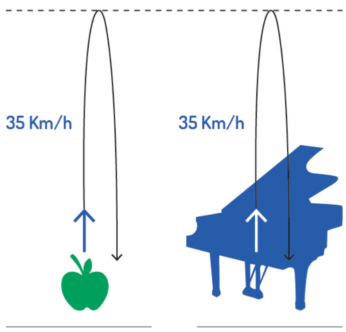
Respuesta larga

Uno de los personajes más famosos de la astronomía, y de la ciencia ficción, son los llamados "agujeros negros".El término es relativamente nuevo, de 1960, pero la idea de "estrellas oscuras" (algo que suena un poco paradójico por cierto) existe desde hace mucho tiempo. ¿Qué son entonces los agujeros negros? ¿Existen en realidad? Vamos entonces al encuentro de una estrella oscura.

Digamos que tiro una manzana hacia arriba de modo que sale de mi mano a una velocidad de unos 36 kilómetros por hora. La manzana llega a unos cinco metros de altura y luego empieza a bajar. Es obvio que, cuánto mayor sea la velocidad con la que tiro la manzana, más alto llegará antes de invertir su velocidad y regresar a la tierra. Si la tiro a unos cincuenta km/h llegará al doble de alto, a unos 10 metros de altura. Y aquí viene algo interesante: digamos que tengo fuerza suficiente para tirar un piano (que obviamente es más pesado que



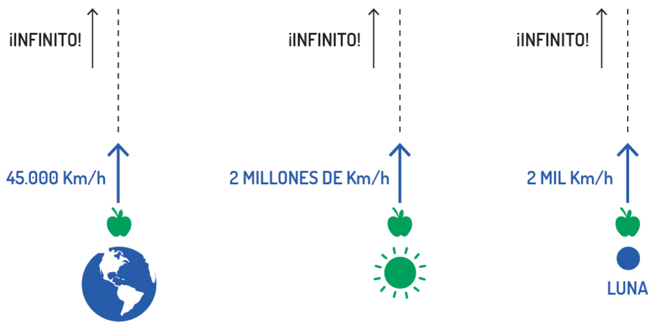
una manzana) hacia arriba, a una velocidad de 35 km/h, la misma con la que tiré la manzana. Lo interesante es que, a pesar de que el piano es más pesado que la manzana, ambos llegan a la misma altura máxima, de unos cinco metros.



La altura a la que llega un cuerpo lanzado hacia arriba depende de la velocidad con lo que se lo lanza, y no de su peso. Claro que hay que hacer una aclaración: lo que acabo de decir es cierto si ignoramos la resistencia del aire. Pero cuando tiremos objetos (un experimento mental, claro) fuera de la atmósfera la resistencia del aire no juega un papel importante.

A medida que aumenta la velocidad con que lanzo un objeto, más alto llegará. Llega a un punto, o una velocidad límite, en que el objeto llega, por así decirlo, al infinito, escapa del efecto de la gravedad terrestre y no vuelve nunca más. Esa es la llamada "**velocidad de escape**", que para manzanas, pianos y cualquier objeto que sale de la tierra es de unos 40 mil kilómetros por hora.

La velocidad de escape depende de cuán "pesado" y cuán grande es el planeta o la estrella. Para la luna la velocidad de escape es menor que la de la tierra y para el sol es mucho mayor.



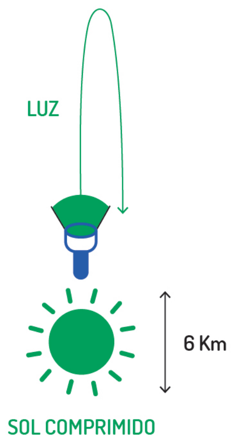
¿Que pasa si la estrella es tan pesada, o con una concentración tan grande de masa que la velocidad de escape es *mayor* que la velocidad de la luz?

Fíjense que, si bien la velocidad de la luz es enorme, de mil millones de kilómetros por hora (1.079.252.848,8 km/h), es posible que una estrella tenga esa velocidad de escape. Esa sería la estrella oscura, o el famoso agujero negro, ya que la luz no puede escapar de ahí.

Si iluminàramos hacia arriba, con una linterna, la luz llegaría a una altura máxima y luego regresaría al piso, como la manzana.

Recordemos que la velocidad de escape no tiene que ver con el peso del objeto sino con su velocidad, no importa si la luz es "pesada" o no, solo nos importa su velocidad para saber si se puede escapar o no.

Por ejemplo, si la toda la masa del sol estuviera concentrada en un diámetro de 6 kilómetros, ese sol comprimido sería un agujero negro.



¿EXISTEN EN REALIDAD ESTOS AGUJEROS NEGROS?

Si. Ya se descubrieron más de treinta. Uno de ellos está en el centro de nuestra galaxia. Así como el sol, que está en el centro del sistema solar, es el objeto más pesado de nuestro sistema, el centro de nuestra galaxia, con una gran concentración de estrellas, es el lugar más pesado de la galaxia. Tan pesado que es un agujero negro. Y sabemos que es tan pesado por la manera en que se mueven las estrellas a su alrededor. Mirando el movimiento de lo que lo circunda es posible saber que ahí adentro hay un agujero negro.

Otra manera de detectar la existencia es por el "grito" de las cosas que caen y quedan atrapadas en el agujero negro. Por ejemplo cuando una estrella cae en un agujero negro lo hace en una trayectoria en foma de espiral, y mientras cae emite rayos X, los de la radiografía. Y a través de la mediciones de esos rayos X es que sabemos que ahí hay un agujero negro.

El universo tiene muchas sorpresas, ¡de todos los colores!

4. Fuerzas de Marea

¿Por que hay dos mareas por día?

a. Porque la luna atrae el agua de la tierra.

b. Por un efecto combinado de la atracción y la rotación de la luna alrededor de la tierra.

c. Porque de noche el sol empuja el agua hacia abajo y de día hacia arriba.

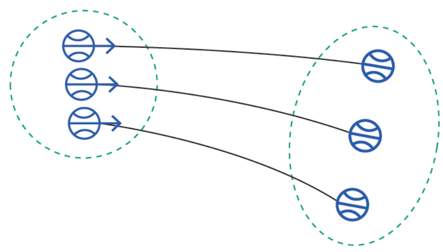
Respuesta corta: b

La explicación de este fenómeno es difícil de explicar en una sola frase. La versión breve sería algo así: La gravedad de la luna atrae al mar hacia la luna. Eso da una de las mareas. Al mismo tiempo, como la gravedad de la luna es más débil en el lado opuesto del planeta, la fuerza centrífuga de la rotación de la tierra alrededor de la luna crea la segunda marea.

Respuesta larga

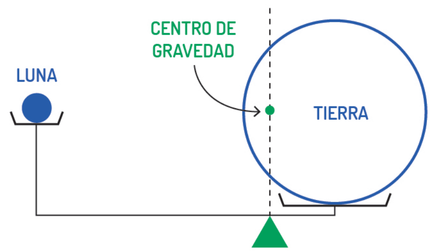
Habrán notado, cuando están en la playa, que hay dos mareas por día. Las mareas surgen mayormente de la atracción entre la tierra y la luna, que tiende a empujar el agua de los mares hacia la luna. Y también importa, aunque en menor medida, la atracción gravitatoria del sol. **¿Pero por qué dos por día?** Esa es la interesante pregunta que abordaremos en este apartado.

La fuerza de gravedad empuja los cuerpos hacia el centro de la Tierra. Si tiramos dos cuerpos desde la misma altura, y *la fuerza de gravedad fuera la única fuerza que actúa sobre ellos*, entonces los dos cuerpos llegarían al suelo al mismo tiempo. En realidad la resistencia del aire también actúa sobre los cuerpos, pero las mareas tienen que ver con la atracción gravitatoria en lugares donde no hay aire, a grandes alturas. Un punto importante es que la fuerza de gravedad no es la misma a distintas alturas. A medida que nos alejamos del centro de la Tierra, la atracción es menor. El efecto no es perceptible en nuestra experiencia cotidiana ya que nunca variamos demasiado nuestra distancia al centro de la Tierra. Pero hay en situaciones en las que la *variación* de la atracción gravitatoria tiene efectos visibles. Una de ellas es la marea, algo que los que alguna vez nos quedamos dormidos en la playa conocemos muy bien.

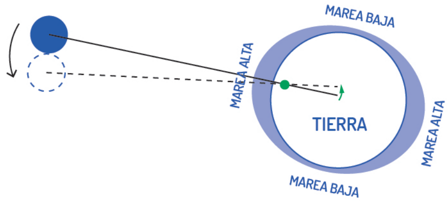


Para ilustrar el efecto supongamos que tiramos, desde distintas alturas, con la misma velocidad horizontal, *tres* pelotas de tenis. Al cabo de un instante cada pelota describirá una fracción de parábola. Ahora bien, como caen desde alturas donde la gravedad es distinta, la caída de cada una será distinta: la de abajo caerá a una altura mayor y la de arriba caerá menos que las otras dos.

Si aplicamos lo mismo a un cuerpo deformable, a una esfera de líquido por ejemplo (indicada en líneas de puntos en la figura), veremos que el efecto combinado del movimiento y la *variación* de la gravedad con la altura, resultan en una deformación de la esfera hacia una forma oblonga (o elipsoidal). Si la Luna fuera una esfera líquida que gira alrededor de la tierra, se deformaría como ese elipsoide, apuntando a la tierra. La pelota de tenis del medio correspondería al centro de la Luna, y las otras dos a los extremos, que tienden a ser estirados por la variación de la gravedad. Esa es la razón por la que hay dos mareas por día.

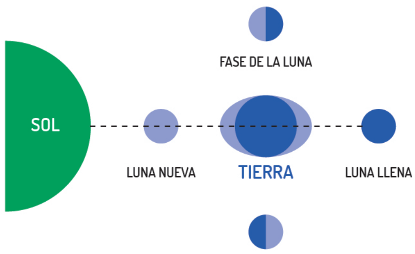


Veamos el tema más en detalle. Si bien sabemos que la Luna gira alrededor de la Tierra, en realidad lo cierto es que la Luna y la Tierra giran alrededor de un punto común. Dado que la Tierra es mucho más pesada que la Luna, dicho punto está dentro de la Tierra, a unos mil kilómetros de la superficie. Ese punto sería una especie de centro de equilibrio si pusiéramos a la Luna y a la Tierra en los extremos de una "balanza". En términos más técnicos, ese punto es el centro de gravedad del conjunto Tierra-Luna. Del mismo modo que las tres esferas de la boleadora giran alrededor de un punto medio, la Tierra y la Luna giran alrededor de su centro de gravedad. Lo importante de este comentario es que la Tierra en realidad está girando en el campo gravitatorio de la Luna y también tiende a deformarse, casi como un huevo (o un elipsoide, para decirlo en lunfardo científico). El efecto es evidente sobre el agua, pero también la parte sólida de la Tierra se deforma un poco.



A medida que la Tierra gira *sobre su eje* los puntos de la superficie pasan por lugares de mayor o menor deformación del elipsoide de agua. Esos son los puntos de marea baja y alta y, como vemos en la figura, hay dos de cada una por día. El dibujo está muy exagerado, ya que las mareas cambian el nivel del mar en unos dos metros. Las mareas altas ocurren cada 12 horas y 25 minutos, y no exactamente 12 horas ya que la Luna también se mueve.

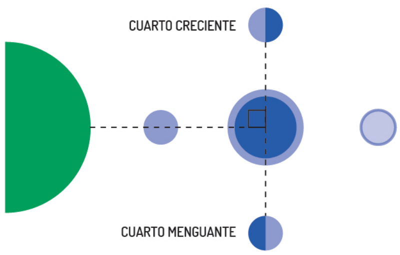
El efecto de la fuerza de marea por parte del sol es un poco más chico que el de la Luna pero también es apreciable[1]. Por eso, en Luna nueva y Luna llena, cuando el sol, la Luna y la Tierra están alineados, los efectos se suman y las mareas son más altas. En cuarto creciente y cuarto menguante, cuando la Luna, la Tierra y el sol forman un ángulo recto, los efectos tienden a cancelarse y las mareas son más bajas.



MAREAS EXTREMAS CUANDO EL SOL Y LA LUNA ESTÁN ALINEADOS

Finalmente, así como la fuerza de marea deforma el agua, también, como dijimos, deforma un poco a la tierra misma dando lugar a mareas terrestres. Y esa deformación puede llegar a influir sobre los terremotos. Hay estudios que indican la posibilidad de que las mareas terrestres puedan iniciar los terremotos. Pero ese es un problema abierto.

¡Espero no haberlos mareado en este episodio!



1. Para intrépidos: Si bien la atracción gravitatoria que el sol ejerce sobre la Tierra es proporcional a la su masa e inversa con el cuadrado de la distancia, la fuerza de marea corresponde a la *variación* de la fuerza gravitatoria y depende sólo de la *densidad* del sol y del tamaño aparente del disco del sol en el cielo. Lo mismo se aplica a la Luna. Los discos de la luna y el sol tienen el mismo tamaño en el cielo (gracias a esa hermosa coincidencia la Luna cubre al sol en los eclipses) de modo que la relación entre las fuerza de marea depende de densidad del sol respecto de la de la Luna. Como el sol es menos denso que la Luna su efecto es menor.

5. Conservación de momento

Quiero mandar por correo una caja llena de abejas. Al pesarla en el correo ¿Me conviene agitar la caja para que las abejas vuelen y así disminuya un poco el peso?

a. Sí, porque al volar no se apoyan en la caja.

b. Sí, siempre que las agites de izquierda a derecha y no de arriba abajo.

c. No, aún cuando las abejas estén volando, la caja pesa lo mismo.

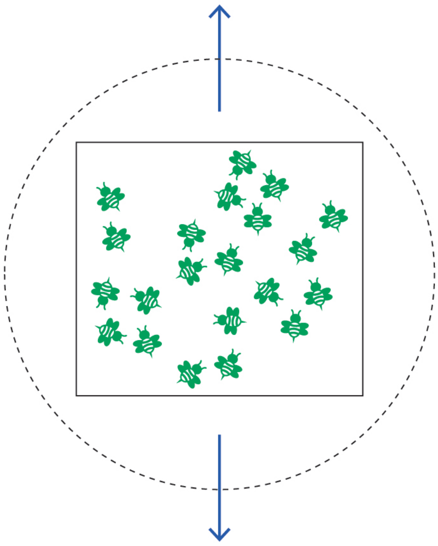
Respuesta corta: c

Las abejas están suspendidas en el aire, sostenidas por una fuerza de abajo hacia que proviene del aire dentro de la caja. El aire ejerce esa misma fuerza sobre la parte inferior de la caja, de modo que la balanza muestra el mismo valor que en el caso en que las abejas están paradas sobre el piso de la caja.

Respuesta larga

La pregunta puede sonar a broma (o a broma de físico en todo caso) pero tiene una respuesta clara: la caja pesa lo mismo, tanto si las abejas están paradas en el piso de la caja o si están volando adentro. Lo que puede quizá sonar paradójoco, o raro, es que, cuando las abejas están volando, la balanza registre su peso. Veamos por qué es en efecto así.

Una de las formas de verlo es acudir a uno de los principios básicos de la física: la primera ley de Newton. Según esta ley, si un cuerpo está quieto quiere decir que la fuerza externa total sobre el cuerpo es cero. Por ejemplo: pongo una manzana en la balanza y espero que el plato y la balanza se queden quietos. En ese momento hay dos fuerzas iguales y opuestas actuando sobre la manzana: la fuerza de gravedad, que la empuja hacia abajo, hacia el centro de la tierra, y la fuerza del plato sobre la manzana, hacia arriba.



Y, según otra ley del señor Newton (la famosa ley de acción y reacción) así como hay una fuerza del plato sobre la manzana hay una fuerza de la manzana contra el plato, y esa es la que mide la balanza.

Esta es una forma bastante técnica de decir que la balanza mide el peso de la manzana. Hasta aquí todo viene fácil, o relativamente fácil porque el interior de la manzana está quieto. En cambio, en la encomienda de abajas, lo que está adentro se está moviendo. Las moléculas de aire y las alas de las abejas se están moviendo, pero si las abejas no se mueven ni hacia arriba ni hacia abajo, sino que se mantienen a la misma altura, entonces podemos pensar a la caja como un todo quieto. Puede ser que una abeja se mueva un poco hacia arriba pero a la vez otra se moverá hacia abajo y en conjunto podemos pensar, como dijimos, al conjunto como un todo quieto, o quieto en **promedio**. Dicho en un lenguaje un poco más técnico, a pesar de que las cosas dentro de la caja (las moléculas de aire y las abejas) pueden estar moviéndose, el ***centro de gravedad*** de la caja con abejas está quieto.

Entonces, como el sistema en conjunto está quieto, la fuerza externa a ese conjunto es cero. **¿Y cuáles son las fuerzas externas?** La gravedad, que actúa sobre la caja misma, sobre el aire y sobre las abejas (todas estas fuerzas son hacia abajo), y la fuerza del plato de la balanza, o el empuje de la balanza, hacia arriba. Del mismo modo que con la manzana, entonces, la balanza registra el peso total (abejas incluídas). Por si se siguen preguntando cómo es posible que la balanza registre el peso de la abeja aún cuando la abeja no está "pisando" la caja, les propongo una visión un poco "microscópica".

Empecemos con la caja sin abejas, sólo con aire. Al fin y al cabo, el aire también está como flotando dentro de la caja, y sin embargo la balanza registra, o mide, el peso del aire.

Imaginemos una situación simplificada, una caja hermética con una sola molécula de aire, como una pelota pequeña que rebota constantemente entre el piso y el techo de la caja. Mientras la molécula está en el aire la balanza mide sólo el peso de la caja. Este sería un caso entre tantos de la física en el que uno recurre a una simplificación, o a un modelo, que capture la esencia de lo que uno quiere estudiar *(Figura 1)*. Cuando la pelota *rebota* en el piso, la aguja de la balanza registra un *aumento* de peso ya que hay una fuerza de abajo hacia arriba, por parte del plato de la balanza. Esa fuerza actúa por un brevísimo instante para cambiar la dirección del movimiento de la pelota *(Figura 2)*.

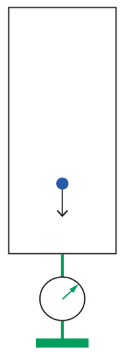


FIG. 1

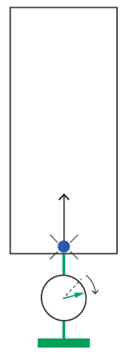


FIG. 2

Ahora la pelota se hueve hacia arriba y llega al techo, a una velocidad un poco menor porque la frenó la gravedad *(Figura 3)*. Cuando la pelota rebota en el techo la balanza registra una *disminución* de peso ya que ahora la caja ejerce una fuerza de arriba hacia abajo (para invertir la velocidad de la pelota). Pero como la velocidad con que la pelota choca en el techo es menor que la del choque en el piso, esta disminución es menor que el aumento en el choque anterior *(Figura 4)*.

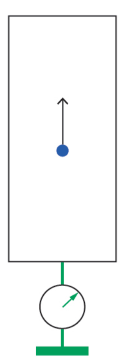


FIG. 3

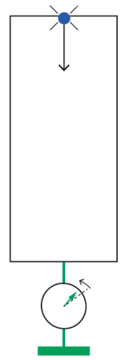
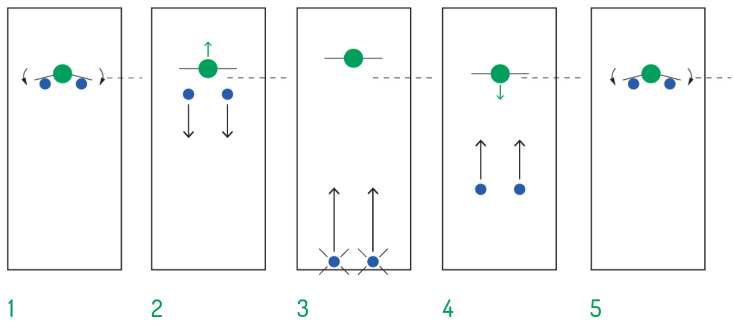


FIG. 4

El resultado es que la aguja se mueve entre dos valores y, en promedio, registra el peso de la caja más el peso de la pelota. Con una sola pelota la aguja tiene un movimiento como de oscilación, pero si tenemos una miríada de moléculas golpeteando constantemente el piso y el techo, la aguja se queda quieta y registra el peso de la caja más el peso del aire. Otra manera de decir lo mismo sería: el choque de las moléculas con las paredes de la caja da lugar a una presión del aire sobre las paredes. Esa presión del aire dentro de la caja empuja las paredes de la caja, pero en realidad la presión es un poco mayor en el piso de la caja que en el centro, y esa diferencia de presión proviene del peso del aire mismo.

Ahora dejemos entrar las abejas en la caja. Para sostenerse en vuelo las abejas deben empujar las moléculas de aire debajo de ellas. Esas moléculas comunican el movimiento hacia el piso de la caja y, al rebotar en el piso dan como resultado el aumento de peso.

Ahora quiero entender cómo es que la abeja le "comunica" su peso al piso. Ya dije que lo hace por intermedio del aire; **¿pero cómo lo hace?** Para entender lo escencial de esa comunicación imaginemos el siguiente modelo simplificado: una abeja con dos aletas y dos moléculas de aire, como las pelotas del ejemplo anterior. Muestro la secuencia de los hechos en la siguiente figura.



1. La "abeja" aletea y empuja dos moléculas hacia abajo.
2. La fuerza de reacción empuja a la abeja hacia arriba. Mientras tanto, las moléculas caen, acelerándose por la gravedad.
3. Las moléculas chocan con el piso e invierten su velocidad. La fuerza de reacción empuja la caja hacia abajo. La abeja llega a su máxima altura.
4. Las moléculas suben mientras la abeja cae.
5. Moléculas y abeja vuelven a encontrarse y el proceso se repite.

Del mismo modo que en la discusión del peso del aire, el peso de la abeja es comunicado a la caja por el choque de las moléculas con el piso. En el caso real, cada vez que la abeja aletea empuja muchísimas moléculas, y las moléculas también chocan entre sí. Pero el efecto neto es el mismo. El resultado final es que la presión del aire en la parte de abajo de la caja es un poco mayor que en la parte de arriba, y esa diferencia de presión es la que da cuenta del peso del aire más el peso de las abejas.

En este ejemplo hicimos un paseo a vuelo de insecto por dos de las leyes fundamentales de la naturaleza: la primera y la tercera ley de Newton.

Los dejo con un último enigma. **¿Qué pasaría si no hubiera aire en la caja?** En ese caso las abejas no podrían estar suspendidas en el aire. En la luna, donde no hay aire, además de asfixiarse (pobres abejas) serían incapaces de levantar vuelo.

6. Curvatura de la luz

Leí que la luz se puede desviar y curvarse por el efecto de la gravedad. ¿Será posible?

a. No, porque la luz no tiene peso

b. Sí, la luz se curva un poco cuando pasa cerca de algo muy pesado como un planeta o una estrella.

c. No, porque la luz viaja muy rápido.

Respuesta corta: b

Los objetos curvan su trayecto por la gravedad: una pelota describe una parábola y los planetas giran alrededor del sol. En el vacío, la forma de esa trayectoria (la parábola de la pelota por ejemplo) no depende del peso de la pelota sino de su velocidad inicial. Si bien la luz no tiene peso propio, tiene una velocidad (muy grande por cierto) y su trayectoria se curva al pasar cerca de un planeta o de un objeto muy pesado.

Respuesta larga

Estamos acostumbrados a que la luz viaje en línea recta. Si alumbramos con una linterna o con un puntero laser, la vemos viajar en línea recta, a diferencia de, por ejemplo, una pelota: si la tiramos, su trayecto es parabólico, por la gravedad. Con la luz no vemos eso. ¿Por qué? A primera vista, la razón es que la pelota tiene peso y la luz no, y por lo tanto la gravedad no afecta a la luz. Sin embargo, a principios del siglo XX, Einstein se dio cuenta de que la gravedad sí afecta a la luz, y puede curvar su trayectoria, de manera parecida a cuando uno tira una pelota. La curva mucho menos, pero la curva.

El razonamiento del gran Einstein fue el siguiente. Digamos que estamos en un ascensor cerrado, sin ventanas, de modo que no podemos ver hacia afuera. Por un lado siento el peso de mi cuerpo.

Por otro lado, si se me caen las llaves de la mano, las llaves tardan un cierto tiempo en caer al piso del ascensor. Ahora, en vez de las llaves, tiro, desde la misma altura, otro objeto, una manzana por ejemplo, que tiene un peso distinto a las llaves. La manzana llega al piso más o menos al mismo tiempo que el llavero. Y digo “mas o menos” al mismo tiempo porque la resistencia del aire frena un poco a ambos objetos, y como los frena en distinta medida, quizá uno llegue antes que el otro. Pero *si no hubiera aire* (obviamente nos costaría respirar pero ignoremos esto por un momento ya que es un experimento mental) y solo actuara la fuerza de gravedad, el llavero y la manzana llegarían al piso al mismo tiempo. A esto ya los sabían Galileo y Newton: en ausencia de aire todos los cuerpos caen con la misma aceleración. Pero Einstein, a partir de este hecho conocido, tuvo una idea brillante. Años después dijo que esa idea fue “el pensamiento más feliz de mi vida”.

A esto ya los sabían Galileo y Newton: en ausencia de aire todos los cuerpos caen con la misma aceleración. Pero Einstein, a partir de este hecho conocido, tuvo una idea brillante.

Einstein parte de una idea que habrán visto en filmaciones de simulaciones de ingravidez en vuelos parabólicos. Incluso hay empresas que por unos pocos miles de dólares te llevan en un vuelo a 34 mil pies de altura y luego el avión sigue, por unos pocos segundos, en una trayectoria parabólica, en caída libre. Como todos los objetos, incluido vos y el avión, están cayendo en caída libre, uno “flota” en el avión. Y lo mismo pasaría con el llavero y la manzana: si las suelto quedan flotando en el aire, no caen, como si en realidad no hubiera gravedad. Pero en realidad sí hay gravedad, lo que pasa es que está cancelada por la caída libre.

Y ese fue el pensamiento feliz de Einstein: La gravedad tiene una existencia relativa, y si uno está cayendo en caída libre es equivalente a que no haya gravedad.

Ahora comparo el ejemplo de la caída libre con un ejemplo equivalente: estoy en un ascensor en el medio del espacio (o en una nave espacial quieta) donde no hay gravedad. Si el ascensor estuviera quieto tendría lo mismo que con la caída libre: ingravidez todal. Ahora digamos que la nave está acelerada hacia arriba (arriba sería la punta de la nave). Si ahora suelto dos objetos, como hice con el llavero y la manzana, los objetos van a caer al piso. Pero no van a caer por el efecto de la gravedad (afuera no hay gravedad) sino porque la nave se movió hacia arriba. *(Figura 1)* .

Como la nave se estaba moviendo antes de soltar los objetos, estos siguen moviéndose hacia arriba, pero en línea recta (a velocidad constante). En cambio la nave se *acelera hacia arriba* (aumenta su velocidad). Y el resultado es que los objetos caen al piso.

Lo mismo ocurriría si lanzáramos un proyectil dentro de la nave que, visto desde afuera de la nave, sigue en línea recta. *(Figura 2)*

Visto desde adentro de la nave el proyectil sigue una trayectoria parabólica, tal como si hubiera gravedad dentro de la nave. *(Figura 3)*

Lo que Einstein encontró entonces es una *equivalencia* entre la gravedad y la aceleración.

Entonces, si en vez de un proyectil mando un rayo de luz, que, visto desde afuera de la nave sigue en línea recta, dentro de la nave va a "caer" un poco. *(Figura 4)*

Esos efectos son imperceptibles en nuestra vida cotidiana ya que, en la aceleración de la gravedad un objeto necesita un segundo para caer unos 4.9 metros. Y en un segundo la luz viajó 300 mil kilómetros.

Pero en un experimento mental, con espejos perfectos se podría, en principio, medir la caída libre de la luz por la gravedad. La idea sería hacer reflejar en espejos enfrentados un haz de luz de un rayo láser. Al cabo de un segundo, el rayo habría caído casi cinco metros.

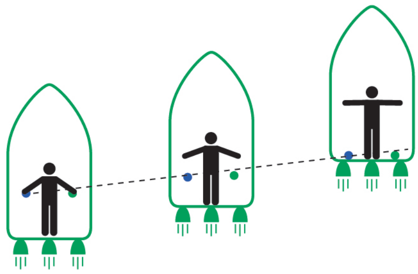


FIG. 1

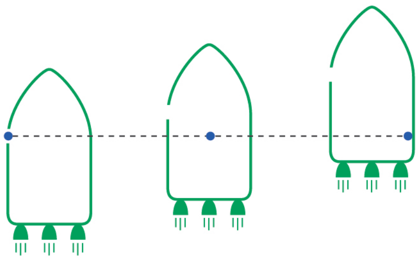


FIG. 2

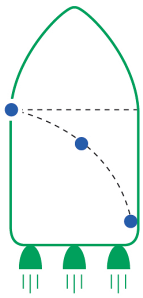


FIG. 3

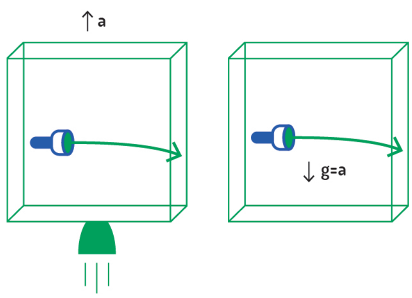
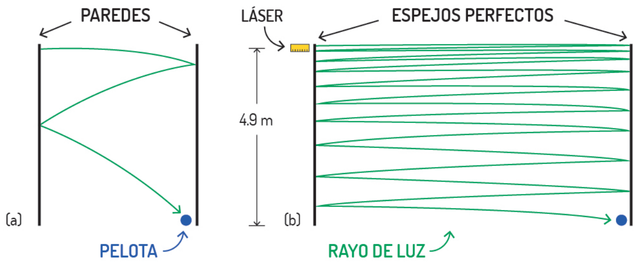
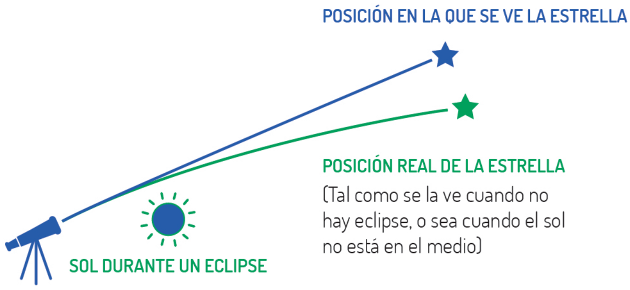


FIG. 4



El inconveniente con este experimento es que los espejos absorben la luz y no se producen las muchísimas reflexiones necesarias para la caída.

Sin embargo, en 1919 se midió por primera vez la curvatura de los rayos de luz al pasar por cerca del sol. Y la curvatura estuvo de acuerdo con el resultado que Einstein había predicho, luego de analizar y modificar un poco el cálculo del pensamiento más feliz de su vida.



Cuando le comentaron a Einstein que el astrónomo Arthur Eddington había medido la curvatura de la luz, Einstein, que estaba tan seguro de sus cálculos, no se sorprendió ni se alegró demasiado. La luz se curva con la gravedad: cosas raras de nuestro querido mundo.

7. Nubes que flotan

¿Si las nubes están hechas de agua, por que no se caen?

a. Porque las gotas son muy livianas

b. Porque la densidad del agua es muy baja en la altura

c. Porque la corrriente de aire que sube las mantiene a flote

Respuesta corta: c

Si bien una nube está hecha de toneladas de agua, esa tonelada está fraccionada en gotas muy chicas, de tal modo que una brisa ascendente las puede mantener suspendidas en el aire.

Respuesta larga

Las nubes están hechas de pequeñas gotitas de agua e, incluso, si en altura está muy frío, pueden ser cristales de hielo. Si bien, en el vacío, todos los cuerpos caen con la misma aceleración, el aire afecta la caída de los cuerpos. Y los afecta más cuanto más chicos sean. Por ejemplo, las partículas de polvo pueden estar casi suspendidas en el aire. Lo habrán visto cuando entra el sol en una habitación o a veces cuando se filtra el sol por las hojas de los árboles y hay polvo en el ambiente.

El tamaño de una gotas de agua en una nube es de unas pocas milésimas de milímetro hasta unas décimas de milímetro, un poco más chicas (unas diez veces más chicas) que el diámetro de un cabello de tu cabeza. Los cristales de hielo pueden ser un poquito más grandes. Cuando un cuerpo cae, la fuerza de la gravedad (su peso) lo empuja hacia abajo y la resistencia del aire impide que la velocidad siga aumentando. Como las gotas son aproximadamente esféricas, su peso es proporcional al cubo del radio (por ejemplo si duplico el radio de una gota, su peso se multiplica por ocho). Pero la resistencia del aire es proporcional a su superficie, que a su vez es propocional al cuadrado del radio (si duplico el radio de una gota, su superficie se multiplica por cuatro y no por ocho). Entonces, cuando más grande es la gota, mayor es su volumen respecto de su área, y la gota cae más rápido.

Ese entrejuego de la fuerza de gravedad y la resistencia del aire, que tiene su origen en la relación entre la superficie y el volumen de un cuerpo, hace que una pluma caiga más lento que una piedrita del mismo peso. Y ese es también el principio de funcionamiento del paracaídas. Cuando el paracaidista abre su paracaídas, este aumenta mucho su superficie y, por supuesto su peso no cambia, ya que traía el paracaídas en la mochila. Al aumentar la superficie expuesta, la resistencia del aire aumenta mucho y su velocidad de caída disminuye.

Cuando un cuerpo cae, la fuerza de la gravedad (su peso) lo empuja hacia abajo y la resistencia del aire impide que la velocidad siga aumentando.

En las nubes, las gotas más grandes, las que tienen más o menos el tamaño de un cabello, caen a una velocidad aproximada de 30 centímetros por segundo. Y los cristales, que tienen formas un poco más irregulares, caen incluso un poco más lento.

A esto se suma el movimiento hacia arriba del aire en la atmósfera, las corrientes verticales, que hace que la velocidad de caída de la nube sea aún menor: **las gotas están cayendo dentro de un aire que se está moviendo hacia arriba**.

En realidad las nubes se forman en el aire que está subiendo. Como la presión baja con la altura, el aire y el vapor de agua de la corriente ascendente se expanden. Al expandirse, se enfría. Y, al enfriarse, el vapor de agua se condensa y forma gotitas. Los distintos tipos de nubes, las así llamadas estratiformes o los cúmulos, se forman con distintas velocidades de las corrientes ascendentes. Por ejemplo, las estratiformes se forman con aire que sube a unos cuantos centímetros por segundo, y en los cúmulos las velocidades son mayores. Pero, en todos los casos, ese movimiento hacia arriba del aire contrarresta la pequeña velocidad de caída de las gotas que conforman la nube. Noten también que las nubes son muy livianas, o relativamente livianas, si un las compara con el peso del aire en el que residen. **Cada metro cúbico de una nube que está a unos 3 mil metros de altura pesa alrededor de un gramo, pero ese mismo metro cúbico de aire pesa alrededor de un kilo, ¡mil veces más!**

Entonces, las nubes tienen volúmenes grandes, de kilómetros cúbicos, y por lo tanto contienen mucha agua en forma de gotas y cristales de hielo, pero cada una de esas gotas y cristales son tan chicos que el efecto de la gravedad sobre ellos es casi nulo. Por eso, vistos desde la tierra, las nubes parecen estar flotando. Y todo por la relación entre superficies y volúmenes.

Si alguien te pregunta si sos capaz de levantar una tonelada de agua deciles “sí, primero hago una nube”.

MÓDULO TEÓRICO #3

Leyes de Movimiento
Suplemento matemático

En este suplemento comento algunos temas del Módulo con un mayor detalle matemático.

1. Tercera ley de Kepler

El cuadrado del período orbital de un planeta es proporcional al cubo del eje semi-major de su órbita.

Ejercicio: Demostrarlo para una órbita circular.
Consideremos entonces una órbita circular, de un radio R alrededor del Sol (sera el caso de la Tierra, que tiene una órbita prácticamente circular alrededor del Sol). Según la tercera ley de Newton $(F = ma)$, igualando la fuerza gravitatoria y la aceleración centrípeta tememos

$$\frac{GM_S M_T}{R^2} = M_T \frac{v^2}{R}, \tag{1}$$

donde M_T es la masa de la Tierra y M_S es la masa del Sol. Como M_T está en ambos miembros, la relación entre período y radio es independiente de la masa de la Tierra (esto es, dicho sea de paso, una manifestación del principio de equivalencia).
La velocidad está dada por (espacio recorrido $2\pi R$ dividido en el tiempo transcurrido T, el período de la órbita)

El cuadrado del período orbital de un planeta es proporcional al cubo del eje semi-major de su órbita.

$$v = \frac{2\pi R}{T} \tag{2}$$

y, reemplazado en (4),

$$\frac{GM_S}{R^2} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} \tag{3}$$

o

$$\boxed{T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_S}\right) R^3.} \tag{4}$$

2. Acción y reacción

Ejercicio: Tiro al piso, desde 2m de altura una rama de 1 Kg de masa. ¿Cuánto se desplaza hacia arriba la Tierra cuando la rama cae?

Durante la caída, el centro de masa Tierra-rama se mantiene en la misma posición. La rama se acerca al centro de masa aproximadamente 2 metros.
- Acercamiento de la rama a la Tierra = 2 metros - x
- Acercamiento de la Tierra a la rama = x
Como el centro de masa permanece en la misma posición:

$$M_T \times x = 1\text{Kg} \times (2.0\text{m} - x) \tag{5}$$

$$x = 2\text{m}\frac{1\text{Kg}}{M_T + 1\text{Kg}} \simeq 2\text{m}\frac{1\text{Kg}}{M_T} = 2\text{m} \times \frac{1\text{Kg}}{5.97219 \times 10^{24}\,\text{Kg}} \tag{6}$$

$$\boxed{x = 3.3 \times 10^{-25}\text{m.}} \tag{7}$$

Una distancia ínfima, si se considera que el radio de un protón es 1.53 x 10^{-18} m.

3. Velocidad de escape-Agujeros negros

Ejercicio: ¿Cual es el radio mnimo debera tener la Tierra para convertirse en un agujero negro?

Para escaparse de la fuerza gravitatoria, la energía cinética de una partícula de masa m tiene que ser igual a la energía potencial gravitatoria en el radio de la Tierra (R):

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = G\frac{M_T \cancel{m}}{R}, \tag{8}$$

de modo que la velocidad de escape es

$$v^2 = \frac{2GM_T}{R}. \tag{9}$$

Comentario

Esta es la velocidad de escape de la Tierra para una Tierra en reposo, y su valor es aproximadamente 11 Km/2. La velocidad de escape real de una nave debe incluir otros dos efectos: a) la velocidad de la Tierra alrededor del sol, b) El escape del campo gravitatorio del Sol. Los dos efectos combinados dan unos 16 Km/s).

Si la velocidad de escape fuera la velocidad de la luz $v = c$ el radio de la Tierra debería ser [a partir de la Ecuación (9)]:

$$\begin{aligned}\tilde{R} &= \frac{\sqrt{2GM_T}}{c} \\ &\equiv \sqrt{\frac{2GM_T}{R^2}}\frac{R}{c} \\ &= \sqrt{g}\frac{R}{c} \\ = \sqrt{9,8}\frac{6,38\times 10^6}{2\times 10^8}\text{m} &= 0,1\text{m}\end{aligned} \tag{10}$$

$$\tilde{R} = 10\text{cm} \tag{11}$$

Si comprimieramos la Tierra al tamaño aproximado de una pelota de volley, sería un agujero negro.

4. Fuerzas de marea

Ejercicio: ¿Cuál es la fuerza de marea de una barra de L = 1Km de largo que tiene dos masas de 1Kg en cada extremo, y que cae, verticalmente en caída libre desde una altura de H = 100 Km encima del nivel del mar?

La aceleración a de la barra es la fuerza total sobre la barra dividida en la masa

$$\begin{aligned}a &= \frac{GM_T}{2}\left(\frac{1}{(R_T+H+L)^2}+\frac{1}{(R_T+H-L)^2}\right) \\ &\simeq GM_T\frac{1}{(R_T+H)^2}\end{aligned} \tag{12}$$

Ahora bien la fuerza gravitatoria sobre la masa superior F_s, dividida por su masa, es ***menor*** que a. Y la fuerza gravitatoria sobre la masa inferior F_i, dividida por su masa, es ***mayor*** que a. La diferencia, en cada caso, es la ***fuerza de marea*** F_m que tiende a estirar a la barra. La fuerza de marea sobre la masa superior es

$$\begin{aligned}F_m &= 1\text{Kg}\times a - F_s \\ &= GM_T\times 1\text{Kg}\left(\frac{1}{(R_T+H)^2}-\frac{1}{(R_T+H+L)^2}\right) \\ &= GM_T\times 1\text{Kg}\frac{2L}{(R_T+H)^3} \\ &\simeq \frac{GM_T}{R_T^2}\times 1\text{Kg}\times\frac{2L}{R_T} \\ &= 1\text{N}\times\frac{2L}{R_T}\simeq 1\text{N}\times 10^{-6}\end{aligned} \tag{13}$$

$$\boxed{F_m = 1\text{N}\times 10^{-6}} \tag{14}$$

Conclusión

Para una barra de un kilómetro de largo, la fuerza de marea es aproximadamente un millonésimo de su peso: es una fuerza que tiende a "estirar" la barra en caída libre.

5. Encomienda de Abejas
Conservación de momento

→ Una encomienda de abejas pesa lo mismo si las abejas estan quietas en el fondo de la caja que si estuvieran volando adentro.

Ejercicio: Una molécula de masa m rebota entre el fondo y la tapa de una caja de altura H. Demostrar que, aproximadamente, a pesar de que la molécula pasa la mayor parte del tiempo "en el aire", la fuerza promedio de la molécula sobre la caja, debido a los choques en el fondo y en la tapa, es igual a su peso. La velocidad de la molecula v_F en el fondo la caja es mayor que la velociad v_T en la tapa (la gravedad acelera y desacelera a la molécula).

Al rebotar en el fondo la molécula cambia su momento en

$$\Delta P_F = 2m \times v_F$$

y al rebotar en la tapa el cambio de momento es un poco menor

$$\Delta P_T = 2m \times v_T.$$

(El factor 2 aparece porque la molecula invierte su momento de mv_F a $-mv_F$ an chocar con el fondo, y lo mismo con la tapa.) La fuerza promedio de la molécula sobre la caja es el momento neto dividido en el tiempo transcurrido. (Estamos usando la aproximación a la ley de Newton $F = \Delta P/\Delta t$.)

$$F = \frac{2m(v_F - v_T)}{\Delta t} \tag{15}$$

El tiempo Δt es el tiempo que tarda la molécula en ir y volver del fondo a la tapa.
El tiempo $\Delta t/2$ para ir del fondo a la tapa está dado por la ecuación de aceleración uniforme:

$$g\frac{\Delta t}{2} = v_F - v_T \tag{16}$$

Reemplazando en (15)

$$\boxed{F = mg.} \tag{17}$$

6. Curvatura de la luz

Ejercicio: Calcular la desviación de un rayo de luz al pasar cerca del Sol. Una partícula que pasa rápidamente (por un tiempo corto), a velocidad v, cerca del campo gravitartorio del Sol, cambiará su momento en aproximadamente F x Δt, donde Δt es el tiempo que pasa cerca del Sol:

$$\Delta P = \cancel{m}\Delta v = G\frac{\cancel{m}M_S}{R_S^2}\Delta t \qquad (18)$$

A su vez

$$\Delta t \simeq \frac{2R}{v}.$$

Reemplazado en (18)

$$\Delta v = GM_S\frac{2\cancel{R}}{R^{\cancel{2}}v} \qquad (19)$$

Cuando decimos que la partícula es rápida decimos que $\Delta v << v$. En ese caso el ángulo de deflección α es aproximadamente

$$\alpha = \frac{\Delta v}{v}$$

ya que Δv es perpendicular a v. Tenemos entonces

$$\alpha = \frac{2GM_S}{v^2}. \qquad (20)$$

Y, para un rayo de luz $v = c$ (nótese que el cambio de momento es independiente de la masa, y solo depende de la velocidad):

$$\alpha = \frac{2GM_S}{c^2}. \qquad (21)$$

Este cálculo simplicado no incluye un efecto adicional: la curvatura del espacio. Curiosamente, el efecto de la curvatura es exactamente

7. Nubes que flotan

Ejercicio: Un cubo de un metro de lado se divide en gotas cúbicas de 10 centímetros de lado. ¿Cuántas veces aumentó la superficie luego de la división?

La supercie inicial, en cm^2, es
6 X 100 X 100 = 60:000.
El cubo se dividió en 1000 cubos pequeños, cada uno de 600 cm^2 de supercie.

- Supercie final = 600.000 cm^2.

→ La supercie aumentó diez veces.

igual al que calculamos, de modo que el ángulo de deflección $\bar{\alpha}$, incluyendo los dos efectos es

$$\boxed{\bar{\alpha} = \frac{2GM_S}{c^2}.} \tag{22}$$

Poniendo los números

$$\begin{aligned}
\bar{\alpha} &= \frac{4 \times 2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{30}}{9 \times 10^{16}} \\
&= 8,4 \times 10^{-6} \times \text{radianes} \\
&= 8,4 \times 10^{-6} \times \frac{360}{2\pi} \text{grados} \\
&\equiv 4,85 \times 10^{-4} \text{grados} \\
&= 4,85 \times 10^{-4} \times (60)^2 \text{segundos de arco}
\end{aligned} \tag{23}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{\bar{\alpha} = 1,75 \text{ segundos de arco}} \tag{24}$$

MÓDULO TEÓRICO #4

Teoría de la Relatividad

En este módulo presentaremos la teoría de la relatividad especial de Einstein. Abordaremos algunos disparadores conceptuales muy interesantes de la física moderna, complementando así la discusión del punto 6 del módulo "Leyes de Movimiento".

Conceptos centrales y objetivos
Los conceptos centrales presentados en este módulo son:

> “ La velocidad de la luz es independiente del estado de movimiento.

> “ El tiempo y el espacio dejan de ser nociones absolutas en la relatividad.

> “ Hay una equivalencia entre energía y masa inercial.

El objetivo del material de esta presentación es que, luego de asimilados los conceptos, podamos contestar, de modo cualitativo, las siguientes preguntas:

- ¿Qué es la dilatación del tiempo?

- ¿De qué hablamos cuando hablamos de espacio-tiempo?

1. Postulados de la teoría de la relatividad

En 1905 Einstein postuló que una teoría de cuerpos en movimiento que fuera compatible con la ecuaciones del electromagnetismo clásico debía satisfacer dos condiciones:

1. Primer postulado (principio de relatividad).
Las leyes del universo son las mismas en todo marco de referencia inercial (sistemas que se mueven a velodicad constante, en los que la ley de Newton es válida).

2. Segundo postulado (invariabilidad de c.).
La Luz siempre se propaga en el vacío con una velocidad constante c que es independiente del estado de movimiento del cuerpo emisor y del estado de movimiento del observador.

- Dar un ejemplo (o explicación sencilla) de la relatividad de la simultaneidad.

- Dar un ejemplo (o ejemplos) de aplicación práctica (tecnológica) de la relatividad del tiempo.

- ¿En qué se diferencia el efecto Doppler relativista de su contraparte galileana?

2. Dilatación del tiempo

El postulado 2 implica la dilatación del tiempo. Veámoslo con un reloj que consta de dos espejos horizontales separados una distancia vertical D. La unidad de tiempo T de nuestro reloj es el tiempo que tarda un haz de luz en ir y volver al espejo inferior luego de reflejarse en el superior:

$$T = \frac{2D}{c}.$$

Ahora miro al reloj de espejos desde un sistema en movimiento horizontal a velocidad $-v$ *(ver Figura 1)*. Desde ese sistema de referencia, el reloj se mueve a velocidad v, y el haz de luz, en vez de moverse verticalmente, describe una trayectoria tipo "diente de sierra". El largo de los segmentos inclinados del diente de sierra es mayor que D pero la luz sigue moviéndose a velocidad c (por el segundo postulado). Entonces, la unidad de tiempo T', vista desde un sistema de movimiento va a ser mayor que T. De la Figura (1) tenemos (usando el teorema de Pitágoras):

$$\left(\frac{cT'}{2}\right)^2 = \left(\frac{vT'}{2}\right)^2 + D^2$$

y, con un mínimo de álgebra:

$$T' = \frac{2D}{c}\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (1)$$

Dado que $T = 2D/c$, obtenemos:

$$\boxed{T' = T\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}} \qquad (2)$$

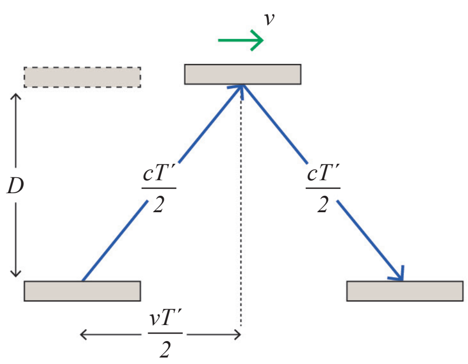


FIG. 1. Reloj de dos espejos que evidencia la dilatación del tiempo.

Es la famosa **ecuación de dilatación del tiempo**. El tiempo, el "tic-tac" de un reloj es distinto si se lo ve desde un sistema en movimiento.

Este resultado, derivado de manera sencilla, tiene consecuencias filosóficas y prácticas. Veamos una de las aplicaciones cotidianas.

EL GPS Y LA DILATACIÓN DEL TIEMPO

Los efectos de la dilatación del tiempo son muy chicos a menos que v/c sea del orden de uno, es decir, para velocidades próximas a la velocidad de la luz. Sin embargo, los satélites de GPS transmiten la hora con alta precisión y, a través de la diferencia entre la hora transmitida y la hora en el momento de la recepción, es posible triangular la ubicación y saber dónde estamos.

Por ejemplo para disinguir si estoy en el centro de la plaza Independencia de Tucumán, o a 100 metros del centro de la plaza, necesito saber el tiempo con una precisión del orden de $100/(3 \times 10^8) = 3{,}3 \times 10^{-7}$ segundos, el tiempo que tarda la luz en recorrer 100 metros.

Para tener una idea de la corrección relativista del tiempo en los satélites, antes calculamos la velocidad v de un satélite geoestacionario. (Aclaramos que los satélites de GPS están en órbitas más bajas que las de un satélite geoestacionario. Los satélites de GPS se mueven más rápido que los geoestacionarios.)

1. EJERCICIO: VELOCIDAD DE UN SATÉLITE GEOESTACIONARIO

Un satélite geoestacionario tarda un día (86,400 segundos) en completar una órbita. Uso la ley de Newton para una órbita circular, del modo que lo hicimos antes. Igualando la fuerza de gravedad $F = Gm_s M/r^2$ con masa m_s (masa del satélite) por aceleración centrípeta (v^2/r), m_s se cancela y tenemos:

$$\begin{aligned}
\frac{v^2}{r} &= \frac{GM}{r^2} \\
v^2 r &= GM \\
\text{uso} \quad v &= \omega r, \\
\rightarrow \frac{v^3}{\omega} &= GM \\
&= \underbrace{\frac{GM}{R^2_{\text{Tierra}}}} \times R^2_{\text{Tierra}} \\
\rightarrow v^3 &= \omega \times g \times R^2_{\text{Tierra}} \\
&= \frac{2\pi}{86,400} \times 9,8 \times (6,38 \times 10^6)^2 \frac{\text{m}^3}{\text{s}^3} \qquad (3) \\
&= 2,9 \times 10^{13} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^3} \\
v &= 3.072 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,07 \frac{\text{Km}}{\text{s}} \qquad (4)
\end{aligned}$$

El radio de la órbita del satélite es

$$\begin{aligned}
r &= \frac{v}{\omega} \\
&= \frac{3,07 \times 86,400}{2\pi} \text{m} \qquad (5) \\
&= 4,2 \times 10^7 \text{m} = 6,62 R_{\text{Tierra}} \qquad (6)
\end{aligned}$$

Entonces, un **satélite geoestacionario** debe ponerse en una órbita cuyo radio es exactamente 6,62 veces el radio de la Tierra.

2. SATÉLITES GPS

La configuración de GPS consiste de 24 satélites que están a una altura de 20 mil kilómetros de altura sobre la Tierra, bastante más cerca que los satélites geoestacionarios (que, como vimos en la sección anterior, están a unos 35 mil kilómetros de altura de la tierra). La velocidad de un satélite de GPS, al estar más cerca de la Tierra, es mayor, de 4 Km/segundo, comparada con el geoestacionario, que tiene unos 3 Km/segundo. El período de un satélite de GPS es aproximadamente 12 horas.

Calculemos el efecto de dilatación del tiempo por el movimiento del satélite respecto de nosotros:

$$\begin{aligned} T' &= T \times \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{4}{3\times 10^5})^2}} \\ &= T + T \times 8.8 \times 10^{-11} \end{aligned} \tag{7}$$

es decir, el efecto de la dilatación es muy chico. Sin embargo, el efecto es acumulativo. En un día hay 8,64 x 10^4 segundos, de modo, que al cabo de un día el reloj del GPS está retrasado respecto de nosotros en unos 10^{-6} segundos, cosa que daría un error grande, y acumulativo en la ubicación, ya que la luz recorre 300 metros en ese tiempo.

O sea que hay que corregir el "tic-tac" del reloj del GPS por el efecto de la relatividad. Y todavía más. El efecto que calculamos aquí es el del movimiento del satélite. Hay otro efecto de la dilatación del tiempo debido a la gravedad que es aproximadamente el doble del efecto del movimiento.

El **GPS** entonces, es un sistema de aplicación cotitidiana que usa las correcciones relativistas para funcionar.

3. Efecto Doppler

En esta sección discutimos la diferencia entre el **efecto Doppler relativista** y el efecto Doppler al que estamos acostumbrados (el del caso galileano, del sonido por ejemplo).

En el **efecto Doppler galileano** el cambio de frecuencia es distinto si el observador se mueve hacia la fuente o si la fuente se mueve hacia el observador. La asimetría está en la existencia de un medio de propagación del sonido: **el aire**

3.1. MOVIMIENTO DE LA FUENTE HACIA EL OBSERVADOR. CASO GALILEANO

La fuente emite pulsos separados un tiempo T (el período del sonido emitido) que viajan a la velocidad del sonido (llamémosle c a la velocidad del sonido). Y la frecuencia es

$$f = \frac{1}{T}.$$

Con la fuente en reposo, la distancia entre dos pulsos (la longitud de onda λ) es

$$\lambda = cT.$$

Si la fuente se mueve a velocidad v, en el tiempo entre dos pulsos, la fuente se desplaza vT, de modo que la distancia entre dos pulsos es ahora λ' dada por

$$\lambda' = cT - vT = (c - v)T$$

La nueva frecuencia es $f' = c/\lambda'$, o

$$\boxed{f' = f\frac{c}{c - v}} \tag{8}$$

(Notar que v negativo sería el caso de la fuente alejándose del observador.)

3.2. MOVIMIENTO DEL OBSERVADOR HACIA LA FUENTE. CASO GALILEANO

Imaginemos de nuevo un tren de pulsos separados en λ que viajan a velocidad c (la velocidad del sonido). Un observador que se mueve a velocidad v en sentido opuesto al sonido, "ve" una secuencia de pulsos que se mueven a velocidad $c + v$, de modo que la frecuencia f' será

$$f' = \frac{c + v}{\lambda} = \frac{c}{\lambda}\frac{c + v}{c} = f\frac{c + v}{c}$$

$$\boxed{f' = f\frac{c + v}{c}} \tag{9}$$

Fíjense que las ecuaciones (8) y (9) no son simétricas: no es lo mismo moverme hacia la fuente que la fuente se mueva hacia mí. Y la asimetría está en que hay un medio (el aire) en el que se propaga el sonido. Formalmente, o matemáticamente, la asimetría aparece en que la velocidad de la fuente aparece en el denominador, y la velocidad del observador aparece en el numerador. En la relatividad de Einstein, donde no hay un medio, esa asimetría debe desaparecer, ya que movernos hacia la fuente o que la fuente se mueva hacia nosotros son cosas equivalentes.

3.3. EFECTO DOPPLER RELATIVISTA

Supongamos primero un caso en el que una sirena se mueve a velocidad constante sobre un círculo. Para un observador está en el centro del círculo, la fuente no se está alejando ni acercando, de modo que, para Galileo, no hay efecto Doppler. Sin embargo, debido a la dilatación del tiempo, para Einstein sí hay un efecto Doppler. Dos eventos (los pulsos) separados por un tiempo T para un observador que se mueve con la sirena, están separados un tiempo $T' = T/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ para un observador en el centro del círculo. Entonces, aún cuando la sirena no se acerca ni se aleja, hay un efecto Doppler debido solo a la dilatación del tiempo

$$f_t = f_0\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

donde $f_0 = 1/T$, la frecuencia de la sirena en reposo y llamé f_t a la frecuencia modicada debido a la dilatación del tiempo. Con la luz ocurre lo mismo: si la sirena es una fuente de luz que se mueve en un círculo a velocidad v, la ecuación sigue siendo la misma.

Ahora pensemos que la fuente se mueve hacia el observador. En este caso hay dos efectos que cambian la frecuencia detectada.

Por un lado está el mismo efecto de antes, el de la ecuación (8), que dice que, debido al movimiento de la fuente, longitud de onda detectada es menor. Pero, por otro lado, está el efecto de la dilatación del tiempo. Combinando los dos efectos tengo:

En la relatividad de Einstein, donde no hay un medio, esa asimetría debe desaparecer, ya que movernos hacia la fuente o que la fuente se mueva hacia nosotros son cosas equivalentes.

$$
\begin{aligned}
f' &= f_0\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\times\frac{c}{c-v}\\
&= f_0\sqrt{\frac{c^2-v^2}{c^2}}\times\frac{c}{c-v}\\
&= f_0\frac{\sqrt{(c-v)(c+v)}}{c}\times\frac{c}{c-v},
\end{aligned}
$$

es decir

$$
\boxed{f' = f_0\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}} \tag{10}
$$

La ecuacíon (10) describe el efecto Doppler relativista y ahora la velocidad v que aparece representa la *velocidad relativa* entre la fuente y el detector. Notar que v aparece de modo simétrico; ya no aparece la asimetría del movimiento del caso galileano.

4. Ley de suma de velocidades

En clase consideramos el "experimento de las dos naves": Una nave (la nave A) se mueve a velocidad v_1 respecto de nosotros. Dicho de otro modo, en un marco de referencia en el que nosotros estamos en reposo, la nave se mueve a velocidad v_1. Dentro de la nave A hay una segunda nave (la nave B), que se mueve a velocidad v_2 respecto de un marco de referencia en reposo en la nave A. La pregunta es:

¿A qué velocidad V se mueve la nave B con respecto a nosotros?

En el caso galileano las velocidades se suman, y la respuesta sería $v_1 + v_2$. Pero en el caso relativista la cosa cambia.

Para contestar la pregunta imagino que la nave B emite luz a una frecuencia f_O. Recibo una frecuencia f, y a partir de esa f podría extraer la velocidad V usando la expresión del efecto Doppler relativista

$$f = f_0\sqrt{\frac{c+V}{c-V}}. \tag{11}$$

Ahora calculo f en dos pasos. En primer lugar, para un observador en la nave A, la frecuencia detectada está corregida por el efecto Doppler debido a la velocidad v_2 de la nave B respecto de A. Si le llamo f_B a la frecuencia detectada por un observador en reposo en A, tengo

$$f_A = f_0\sqrt{\frac{c+v_2}{c-v_2}}.$$

Y si ahora esa luz sale de la nave A, estará corregida por el efecto Doppler debido a la velocidad v_1 de la nave respecto de nosotros.

$$f = f_A\sqrt{\frac{c+v_1}{c-v_1}} = f_0\sqrt{\frac{c+v_2}{c-v_2}}\sqrt{\frac{c+v_1}{c-v_1}}. \tag{12}$$

Combinando (12) con (10), haciendo un poco de álgebra para despejar V:

$$\frac{(c+v_2)}{(c-v_2)}\frac{(c+v_1)}{(c-v_1)} = \frac{(c+V)}{(c-V)}$$
$$V)\,\big[v_1v_2 + c^2 + c(v_1+v_2)\big] = (c+V)\,\big[v_1v_2 + c^2 - c(v_1+v_2)\big]$$
$$2c^2(v_1+v_2) = 2V\left(v_1v_2 + c^2\right),$$

y el resultado es:

$$\boxed{V = \frac{v_1+v_2}{1+v_1v_2/c^2}} \tag{13}$$

En conclusión, las velocidades no se suman como en el caso galileano. Claro que si $v_1, v_2 << c$ entonces podemos tomar al denominador de (13) como 1, y recuperamos el caso galileano.

5. El intervalo invariante relativista

En relatividad un evento es algo que ocurre en el espacio y en el tiempo. Tomemos por ejemplo el caso del reloj de dos espejos del principio. Llamo evento A a la partida del rayo de luz desde el espejo inferior, y evento B a la llegada de la luz al espejo inferior luego de reflejarse en el espejo superior.

En el marco de referencia en el que los espejos están en reposo, los dos eventos ocurren en el mismo punto y a distintos tiempos. Si llamo Δx a la separación espacial entre los dos eventos y Δt a su separación en el tiempo, tengo, para el marco de referencia en reposo con los espejos

$$\begin{aligned} \Delta x &= 0 \\ \Delta t &= \frac{2D}{c}. \end{aligned}$$

En el marco de referencia en el que los espejos se mueven, los dos eventos ocurren en distintos tiempos y en distintos puntos del espacio:

$$\begin{aligned} \Delta x' &= v\Delta t' \\ \Delta t' &= \frac{2D}{c}\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \end{aligned}$$

donde puse primas para significar los intervalos en el nuevo marco de referencia. A partir de estas expresiones pongo

$$\begin{aligned} (c\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 &= (2D)^2\frac{1}{1-v^2/c^2} - v^2\frac{(2D)^2}{c^2}\frac{1}{1-v^2/c^2} \\ &= (2D)^2. \end{aligned}$$

Noten que en la cantidad

$$(c\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 = (2D)^2 \tag{14}$$

no aparece la velocidad v (la velocidad relativa entre los marcos de referencia). Y esto quiere decir que si hubiéramos visto los dos eventos desde un tercer marco de referencia, la separación temporal sería $\Delta t''$ y la separación sería $\Delta x''$, ambas distintas de las $\Delta t'$ y $\Delta x'$, pero la combinación $(c\Delta t'')^2 - (\Delta x'')^2$ seguiría siendo igual a $(2D)^2$. Por eso lleva el nombre de intervalo invariante, o **invariante relativista**, y suele escribirse así:

$$\boxed{(\Delta s)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2} \tag{15}$$

La cantidad $(\Delta s)^2$ equivale a la "distancia" al cuadrado entre dos eventos. Y pongo distancia entre comillas ya que $(\Delta s)^2$ puede ser positiva o negativa:

$(\Delta s)^2 > 0$ cuando existe un marco de referencia donde los dos eventos ocurren en el mismo punto del espacio (y a distintos tiempos).

$(\Delta s)^2 < 0$ cuando existe un marco de referencia donde los dos eventos ocurren simultáneamente en distintos puntos.

Cuando $(\Delta s)^2 > 0$, la cantidad (Δs) es el **tiempo propio**, el tiempo transcurrido entre dos eventos, medido por un reloj que pasa por los dos eventos.

Cuando $(\Delta s)^2 < 0$, la cantidad $\sqrt{-(\Delta s)^2}$ suele llamarse **distancia propia**, la distancia entre dos eventos, medido por una regla o cinta métrica en el marco de referencia en el que los dos eventos ocurren en el mismo momento.

“ En relatividad un evento es algo que ocurre en el espacio y en el tiempo.

6. El espacio-tiempo

Existe una razón por la que en relatividad se habla de espacio-tiempo.

La razón es que en relatividad el espacio y el tiempo se entremezclan en cambios de coordenadas cuando uno pasa de un sistema de referencia a otro.

Para entender mejor esta idea pensemos en cambios de coordenadas un sistema cartesiano *(x,y)*. La distancia (al cuadrado) D^2 desde el punto $A = (x,y)$ y al origen es, usando el teorema de Pitágoras:

$$D^2 = x^2 + y^2$$

Si ahora usamos un sistema distinto de coordenadas, rotado en un ángulo α repecto de el anterior, las coordenadas de A van a ser distintas:

$$x' = x\cos\alpha + y\sin\alpha \tag{16}$$

$$y' = y\cos\alpha - x\sin\alpha, \tag{17}$$

pero la distancia entre A y el origen va a ser la misma

$$D^2 = x'^2 + y'^2.$$

Fíjense que la invariancia de D^2 puede verificarse a partir de (16) y (17) usando $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$. Esto sugiere que las transformaciones de coordenadas del espacio tiempo pueden pensarse como una "rotación" en donde en vez de mantenerse la suma del cuadrado de las componentes, lo que se mantiene es la diferencia entre los cuadrados. Probemos entonces

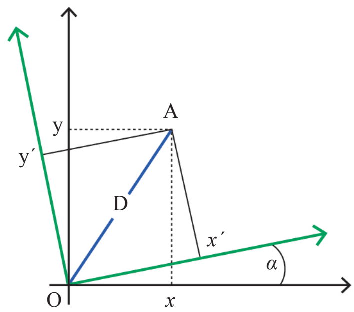


FIG. 2. La distancia D es la misma en dos sistemas coordenados, uno de ellos rotado respecto del otro.

con un cambio de coordenaras del espacio y el tiempo en donde en vez de usar los cosenos y los senos usamos las funciones hiperbólicas

$$ct' = ct\cosh\theta + x\sinh\theta \tag{18}$$

$$x' = x\cosh\theta + (ct)\sinh\theta. \tag{19}$$

Si usamos $\cosh^2\theta - \sinh^2\theta = 1$ vemos que, en efecto:

$$(ct^2) - x^2 = (ct')^2 - x'^2.$$

El truco matemático funciona, ahora tenemos que conectar $\sinh\theta$ y $\cosh\theta$ con nuestra discusión de velocidades y tiempos que se contraen.

En la discusión del experimento del reloj de los dos espejos encontramos (ver refintervalorelativista) que $x = 0$ y $ct = 2D$ (Noten que ahora uso x y no Δx para simplicar la notación. En otras palabras, pienso que uno de los dos eventos del Δx es el origen, de modo que puedo escribir $x = \Delta x$). Y también encontramos $x' = vt'$, $ct' = 2D / \sqrt{1 - v^2/c^2}$. Entonces puedo escribir (18) como

$$\underbrace{\frac{2D}{\sqrt{1-v^2/c^2}}}_{ct'} = \underbrace{2D}_{ct}\cosh\theta + \underbrace{0}_{x} \times \sinh\theta, \tag{20}$$

con lo cual

$$\cosh\theta = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}},$$

y

$$\begin{aligned} \sinh\theta &= \pm\sqrt{\cosh\theta^2 - 1} \\ &= \pm\sqrt{\frac{1}{1-v^2/c^2} - 1} \\ &= \pm\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \times \frac{v}{c}. \end{aligned} \tag{21}$$

Noten que usé el símbolo "±" ya que hay dos posibles soluciones. Físicamente, los dos signos corresponden a cuál de los dos sistemas de referencia consideamos "en reposo" y cuál en movimiento. Si digo que *(x,t)* corresponden al sistema de referenica en reposo y *(x',t')* al sistema en movimiento, elijo el signo –.

Con estas simples manipulaciones llegamos a una de las ecuaciones fundamentales de la relatividad (y de la física en realidad), llamadas tranformaciones de Lorenz.

Comentario

Por ahora no necesitamos encontrar el valor del "ángulo" θ. Lo importante es la estructura de la transformación:

$$\boxed{\begin{aligned} ct' &= \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\left(ct - x\frac{v}{c}\right) && (22) \\ x' &= \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}(x - vt) && (23) \end{aligned}}$$

Lo importante de estas transformaciones es que, al pasar de un sistema de referencia a otro, cuando los sistemas se mueven uno respecto de otro a velocidad constante v, las coordenadas espaciales (x) y temporales (ct) cambian de una manera análoga a una rotación geométrica entre dos coordenadas espaciales.

Por eso tiene mucho sentido hablar de ***espacio-tiempo***. Si la velocidad v es mucho menor que c, podemos poner $v/c = 0$ en las transformaciones de Lorenz y obtenemos las transformaciones de Galileo

$$\boxed{\begin{aligned} t' &= t && (24) \\ x' &= x - vt, && (25) \end{aligned}}$$

donde el tiempo no cambia, y la posición cambia de acuerdo al movimiento relativo "usual", al que estamos acostumbrados en la vida cotidiana.

7. Diagramas de Minkowski del espacio-tiempo

Poco después del trabajo de Einstein de 1905, Minkowski publicó una interpretación geométrica de las transformaciones de Lorenz. Por ejemplo, los eventos que tienen $ct = \text{constante}$, es decir los eventos que son simultáneos en el sistema sin primas, corresponden a líneas horizontales. Los eventos que son simultáneos en el sistema primado $ct' = \text{constante}$ (en movimiento constante respecto del sistema sin primar) corresponden a las rectas

$$ct - x\frac{v}{c} = \text{constante.}$$

Ilustro esta idea en la Figura 3. Del mismo modo, eventos que tienen la misma coordenada x en un sistema, y corresponden a rectas verticales, vistos desde un sistema en movimiento corresponden a rectas inclinadas, de pendiente c/v, indicado en la Figura 4 (notar que estamos usando un sistema coordenado donde el eje horizontal es x y el vertical es ct).

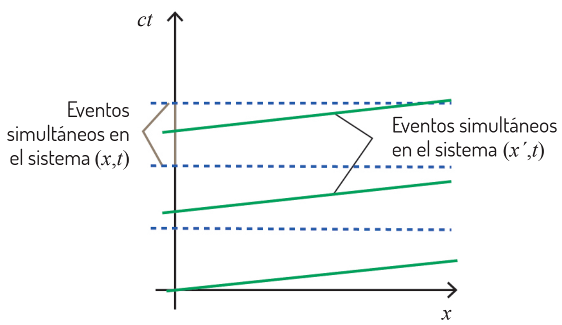


FIG. 3. Diagrama de Minkowski, donde se ilustra que eventos simultáneos en un sistema no son simultáneos en un segundo sistema que se mueve a velocidad v respecto del primero. Las rectas de simultaneidad en uno son horizontales y en el otro son líneas inclinadas, con pendiente v/c. Claramente, si $v \ll c$ las líneas siguen siendo horizontales.

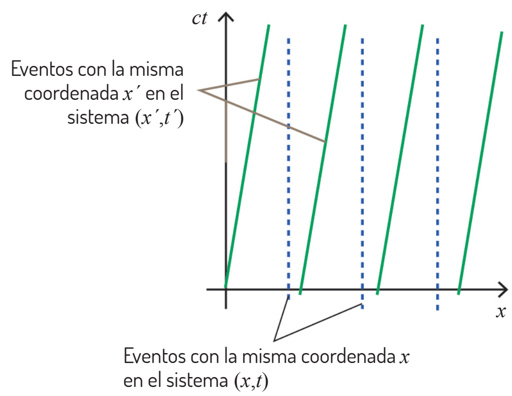


FIG. 4. Diagrama de Minkowski que ilustra las lneas de eventos que ocurren en el mismo punto del espacio y a distintos tiempos.

EJEMPLO: DOS RELOJES EN MOVIMIENTO

En clase discutimos el caso de dos relojes sincronizados. Hagámoslo un poco más concreto. Tomemos dos relojes separados 100 metros en el sistema en el que los relojes están en reposo, y los dos eventos corresponden a los relojes marcando las 12:00 horas *(ver Figura 5)*. Más precisamente

- **Evento A**

Reloj ubicado en x = 100 metros marca las 12:00.

- **Evento B**:

Reloj ubicado en x = 200 metros marca las 12:00.

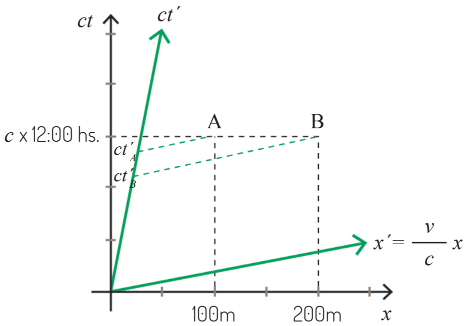


FIG. 5. Los eventos A y B son simultaneos en el sistema $(x,\ ct)$, donde los relojes están en reposo, pero no son simultáneos en el sistema (x',ct') donde los relojes están en movimiento a velocidad v.

Ahora miremos las coordenadas de esos dos eventos desde un sistema en movimiento a una velocidad un quinto de la velocidad de la luz
$v = c/5$: $1/\sqrt{1 - v^2/c^2} = 5/\sqrt{24} = 1.02$.

$$
\begin{aligned}
ct'_A &= 1.02\left(c \times 12:00 - \frac{1}{5} \times 100\text{m}\right)\\
ct'_B &= 1.02\left(c \times 12:00 - \frac{1}{5} \times 200\text{m}\right)\\
\rightarrow c(t'_A - t'_B) &= 1.02 \times \frac{1}{5}100\text{m}\\
\rightarrow t'_A - t'_B &= \frac{1}{c} \times 20,4\text{m}\\
&= \frac{20,4}{3 \times 10^8}\ \text{seg}\\
&= 6,3 \times 10^{-8}\text{segundos}
\end{aligned}
\tag{26}
$$

Es decir, visto desde el sistema en movimiento, el evento B ocurre 63 nanosegundos antes que el evento A: nuestro primer encuentro con la relatividad de la simultaneidad.

8. Contracción de las longitudes

De las transformaciones de Lorenz surge que no solo el tiempo sino las distancias cambian al pasar de un marco de referencia a otro. Por ejemplo, nos preguntamos, para en el caso de los dos relojes de la sección anterior, **¿cuál es la distancia entre los relojes medida desde un sistema en movimiento a velocidad v?**

En un sistema en movimiento, la distancia entre los relojes debe ser medida entre dos puntos por los que pasan relojes *en el mismo momento*. Visualicemos esto con los diagramas de espacio-tiempo.

En este punto presentamos el concepto *línea de mundo*, que se usa mucho en relatividad.

> La *línea de mundo* es el camino de un objeto cuando transita en el espacio tiempo.

En el sistema en reposo con los relojes, la línea de mundo del reloj 1 y del reloj 2 son líneas verticales, separadas 100 metros (en el sistema en reposo). Para saber la distancia entre los relojes en movimiento queremos la distancia entre dos eventos simultáneos en el sistema en movimiento. O, dicho de otro modo, queremos la distancia entre dos puntos por los que los relojes pasan en el mismo momento.

En la figura 6 muestro esos puntos como $\mathrm{A'}$ y $\mathrm{B'}$. La distancia entre los relojes es el largo del segmento $\overline{A'B'}$, o más precisamente la distancia entre los eventos A' y B'. Pero en relatividad, la distancia está medida con la *diferencia* de los cuadrados de las componentes:

$$-\overline{A'B'}^2 = \left(100\mathrm{m} \times \frac{v}{c}\right)^2 - (100\mathrm{m})^2.$$

y

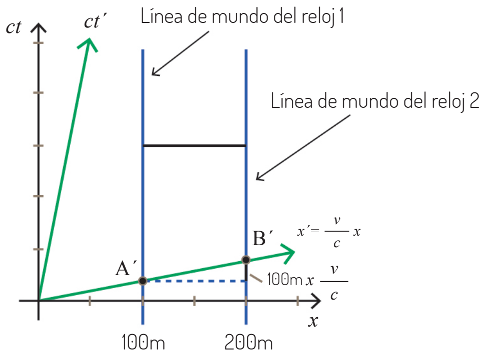


FIG. 6. Los eventos $\mathrm{A'}$ y $\mathrm{B'}$ son simultáneos en el sistema en movimiento (x',ct')

$$\overline{A'B'} = 100\mathrm{m}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

En nuestro ejemplo en el que $v/c = 1/5$ de modo que, en el sistema en movimiento, la distancia entre los relojes es 97, 97 metros. Tal como enfatizamos en clase, en la Figura 6 el segmento $A'B'$ parece más largo que el segmento AB, de 100 metros. Pero en realidad el largo del segmento no es el largo del espacio común: **en el espacio-tiempo los largos se miden distinto**. Y, en general, si L es el largo de un objeto medido en un sistema en movimiento respecto del objeto, y L_0 es el largo del objeto medido en un sistema en el que el objeto está en reposo, tenemos la llamada "contracción de Lorenz":

$$\boxed{L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.}$$

De las transformaciones de Lorenz surge que no solo el tiempo sino las distancias cambian al pasar de un marco de referencia a otro.

9. La ecuación más famosa del mundo

Dado que la velocidad de la luz es constante podemos derivar una relación entre la energía E de un pulso de luz y el momento, o impulso p de dicho pulso de luz. A modo de comparación derivo la conocida relación entre energía e impulso para una partícula de masa m. Comienzo con la segunda ley de Newton:

$$F = m\frac{dv}{dt}$$

y multiplico ambos miembros por dx

$$\begin{aligned} F \times dx &= mdx \times \frac{dv}{dt} \\ &= m\frac{dx}{dt}dv \\ &= mvdv \\ &= md\left(\frac{v^2}{2}\right) \\ \rightarrow dW &= d\left(\frac{mv^2}{2}\right) \end{aligned}$$

de modo que si se hace trabajo $(F \times dx)$ sobre una partícula hay un correspondiente aumento de la cantidad $mv^2/2$, que llamamos energía cinética. Entonces, una partícula a velocidad v constante tiene una energía

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \equiv \frac{p^2}{2m}.$$

Ahora comparemos el mismo procedimiento para una "partícula de luz", que tiene momento, pero cuya velocidad es constante. De nuevo, comienzo con la segunda ley de Newton, pero escrita en la forma

$$F = \frac{dp}{dt}$$

y multiplico ambos miembros por dx

$$\begin{aligned} F \times dx &= dx \times \frac{dp}{dt} \\ &= \frac{dx}{dt}dp \\ &= cdp \\ &= d\left(cp\right) \\ \rightarrow dW &= d\left(cp\right) \end{aligned}$$

de modo que, la relación entre el contenido de energaí E y el momento de un pulso de luz es

$$\boxed{E = cp}.$$

Ahora consideremos un bloque en reposo que absorbe dos pulsos de energía $E/2$ cada uno y que tienen momentos en dirección opuesta *[ver Figura (7)]*. Luego de la absorción el bloque sigue en reposo y su contenido de energía interna aumentó en E.

La energía cinética de una partícula de masa m e impulso p es $(p/2m)$^2, pero la de una "partícula" de luz –de velocidad c (constante), e impulso p– es cp.

Ahora miro el mismo fenómeno desde un sistema en movimiento, en el que el bloque, de masa M, se mueve verticalmente a velocidad v. En ese sistema, la velocidad de la luz sigue siendo c, y la componente vertical del momento de cada pulso es

$$p_{\text{vertical}} = \frac{E}{2c} \times \frac{v}{c}$$

Antes de la absorción el impulso del bloque es

$$P_{\text{antes}} = Mv$$

y luego de la absorción el impulso es

$$\begin{aligned} P_{\text{luego}} &= Mv + \frac{E}{c^2}v \\ &= \left(M + \frac{E}{c^2}\right)v, \end{aligned}$$

de modo que, al absorberse la energía E, el aumento de impulso es equivalente a un aumento de masa del bloque. La energía E se convirtió en masa, y el incremento de masa m por parte del bloque corresponde a

$$\boxed{E = mc^2}$$

la ecuación mas famosa del mundo.

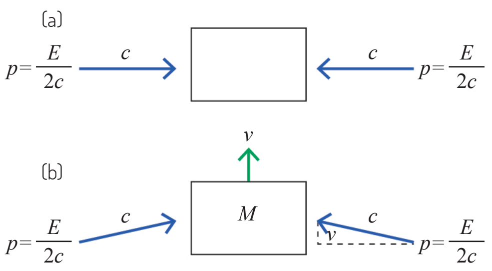


FIG. 7. (a) Un bloque absorbe dos pulsos de luz. (b) Visto desde un sistema en movimiento (un sistema que se mueve verticalmente a velocidad $(-v)$) el bloque mantiene su velocidad v luego de absorber el pulso, pero su impulso cambia.

La energía E se convirtió en masa, y el incremento de masa m por parte del bloque corresponde a $E=mc^2$, la ecuación mas famosa del mundo.

MÓDULO TEÓRICO #5

Nociones de física cuántica

En este módulo trabajaremos sobre mecánica cuántica. Haremos un paseo por algunos de los indicios experimentales que desembocan en una nueva teoría de la materia. Incluimos algunos ejercicios sencillos con ejemplos de cuantización.

Como ejemplificación cotidiana discutiremos el efecto fotoeléctrico y el debate sobre la posibilidad de que los celulares causan cáncer. Al final presentamos una relación literaria entre Borges y la física, que nos sirve de motivación y diálogo entre docentes y estudiantes.

Conceptos centrales:

> La teoría cuántica propone una nueva descripción microscópica de la materia.

> Algunas ideas de cuántica pueden exponerse de manera divulgativa en clase.

Indicios experimentales

A fines del siglo XIX y principios del XX, una serie de evidencias experimentales indicaban que la física de Newton era insuficiente, que necesitábamos una nueva manera de describir la materia. Presentamos a continuación algunos ejemplos.

Radiación del cuerpo negro y efecto fotoeléctrico

Las vibraciones electromagnéticas dentro de una cavidad, los modos normales de vibración de la radiación, contienen energía, del mismo modo que una cuerda al vibrar contiene energía. De acuerdo con la termodinámica clásica que se entendía hasta entonces (desarrollada sobre todo por Maxwell y Boltzman), para un sistema a temperatura T, la energía se distribuye equitativamente en cada grado de libertad, constituyendo el ***principio de equipartición de la energía***.

Por ejemplo, de acuerdo con este principio, para un gas de moléculas con distintas masas m_i, la energía se distribuye entre las moléculas de tal modo que

$$m_1\langle v_1^2\rangle = m_1\langle v_2^2\rangle = m_i\langle v_i^2\rangle,$$

es decir, si bien las masas pueden ser distintas, el promedio de las energías cinéticas $(1/2\ mv^2)$ es el mismo para las distintas partículas. Esa igualdad permite la definición microscópica de temperatura para un gas: la temperatura es proporcional a la energía cinética promedio de las partículas. Como la temperatura y la energía tienen distintas unidades, Boltzman introduce una constante en la definición de temperatura, de modo que

$$m_1\langle v_1^2\rangle = 3k_BT,$$

donde k_BT es justamenta constante de Boltzman (el factor 3 aparece porque, en el espacio tridimensional hay tres grados de libertad para la velocidad, correspondientes a las tres direcciones en el espacio).

Ahora bien, para una cavidad con radiación, donde hay en principio infinitos grados de libertad (ya que la radiación es algo continuo), si la energía se distribuyera equitativamente entre dichos grados de libertad, la predicción de la teoría de Maxwell es que deberían ocurrir

De acuerdo con la termodinámica clásica que se entendía hasta entonces (desarrollada sobre todo por Maxwell y Boltzman), para un sistema a temperatura T, la energía se distribuye equitativamente en cada grado de libertad, constituyendo el principio de *equipartición de la energía*.

cosas extrañas, divergencias que en realidad no se observan. A modo de ilustración de esta idea tomemos una cuerda de largo L, cuyas vibraciones serían los modos de vibración de una cavidad unidimensional del mismo largo, como si fuera un horno a microondas unidimensional. Para esa cuerda, las posibles oscilaciones tienen longitudes de ondas λ_n dadas por

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \qquad n = 1,2, \dots$$

A medida que n aumenta, la densidad de modos aumenta, y se hace infinita para n infinito. Ahora, según la teoría de Maxwell, cada modo contiene una energía proporcional a la temperatura, de modo que la predicción es que, para longitudes de onda chica, tendiendo a cero, habría una densidad infinita de energía: la teoría de Maxwell, aplicada a las vibraciones predice la llamada ***catástrofe ultravioleta*** (ultravioleta porque las lonitudes de onda chica son las frecuencas altas, en el ultravioleta). Dado que esa catástrofe no se observa: una cavidad de paredes calientes emite una radiación cuyo color predominante corresponde a una longitud de onda finita, no hay catástrofe.

la teoría de Maxwell, aplicada a las vibraciones predice la llamada *catástrofe ultravioleta* (ultravioleta porque las lonitudes de onda chica son las frecuencas altas, en el ultravioleta).

El primero en enfrentarse a este problema desde una perspectiva completamente nueva es Max Planck, en 1901. La propuesta de Planck es que cada modo normal, cuya frecuencia es

$$f = \frac{c}{\lambda},$$

(y c es la velocidad de la luz) no puede tener cualquier energía, sino que solo puede estar en estados de energía que sean múltiplos de su frecuencia. Es decir, Planck necesita una nueva proporcionalidad entre energía y frecuencia. Como energía y frecuencia tienen distintas unidades, propone una constante, h (que hoy llamamos la constante de Planck) de modo que las posibles energías del modo normal con frecuencia f son múltiplos de $\mathcal{E}_f$, donde

$$\varepsilon_f = hf.$$

La constante de Planck tiene entonces unidades de energía dividida por frecuencia (que también son las unidades del momento angular, masa por velocidad por longitud).

En otras palabras, para sistemas oscilatorios como la radiación, la energía está *cuantizada* en múltiplos de la constante de Planck multiplicada por la frecuencia **¿De dónde saca Planck el valor numérico de f?** De ajustar los datos experimentales de radiaciones de cuerpos negros (cavidades con un hueco de donde sale la radiación).

Cualitativamente, el nuevo concepto de Planck elimina la catástrofe ultravioleta por el siguiente motivo: digamos que la radiación está en contacto térmico con las paredes de la cavidad, y que esta pared se comporta como un gas ideal, cuyas moléculas obedecen la equipartición de la energía.

Con "contacto térmico" queremos decir que las moléculas intercambian energía con la cavidad. La energía cinética típica de una molécula de la cavidad es $3k_BT$, y esa es la típica energía de intercambio entre la molécula y la cavidad: podemos imaginar que en cada "colisión" entre las moléculas y los modos de vibración se intercambia una energía del orden de $3k_BT$. Ahora bien, los modos cuyas frecuencias son tales que

$$\varepsilon_f = hf \gg 3k_BT$$

son incapaces de absorber energía en las colisiones (son muy "caros" para el intercambio "monetario", o energético, en las paredes). De esa manera, los modos con longitud de onda muy chica (y frecuencia alta) no absorben energía, y desaparece la catástrofe ultravioleta, en perfecto acuerdo con las curvas experimentales.

Las ideas de Planck son luego extendidas, en 1905 por Einstein, que le da una realidad mayor al concepto de cuantización, y propone que la luz puede absorberse y emitirse solo en múltiplos de hf, en el llamado hoy ***efecto fotoeléctrico***.

APLICACIÓN COTIDIANA: ¿ES CIERTO QUE LOS CELULARES CAUSAN CÁNCER?

Una de las preocupaciones populares (los riesgos de los microondas) admite una aclaración desde el mundo cuántico usando el efecto fotoeléctrico. Así como hay sonidos muy agudos (como el ultrasonido) o muy graves (como las ondas sísmicas) que el oído no detecta, hay radiación aguda (el ultravioleta) o grave (el infrarrojo) que el ojo no detecta, y cuya única diferencia con la luz que vemos es la rapidez, o la frecuencia, de su vibración. Prolongando el paralelismo sonoro, de ese teclado de ilimitadas vibraciones electromagnéticas apenas percibimos un intervalo inferior a una octava. Unas diez octavas a la derecha están los rayos X y más lejos todavía los rayos gamma. Y del otro lado, simétricamente a la izquierda de la minúscula ventana de lo visible están las microondas y las ondas de radio.

Lo curioso es que la luz no es un fluido continuo sino que su estructura es granular, un chorro de municiones microscópicas, los cuantos de luz, cuya existencia postuló Einstein en 1905, la fecha de nacimiento de la hoy famosa **mecánica cuántica**, o **física cuántica**. (Hay quienes fijan 1901, fecha de los trabajos de Planck, como inicios de la cuántica, pero Einstein es el primero en dar una realidad física a los paquetes de energía de Planck.)

Cuando la luz se emite o se absorbe, dice Einstein, lo hace en cantidades fijas, del mismo modo que los automóviles salen de a uno de la planta de fabricación y llegan a los concesionarios de venta de a uno, nunca en fracciones de automóvil.

> Y lo más curioso todavía es que la energía de esas municiones (los “fotones”) depende del color, o la frecuencia de la luz. Un fotón de luz azul tiene más energía que uno de luz roja y mucho menos que uno de rayos X (que es invisible), que a su vez tiene mucha menos energía que uno de rayo gamma.

Lo fundamental aquí es que estas municiones de luz alteran –dañando o beneficiando– a los organismos vivos átomo a átomo, de a uno por vez.

Por ejemplo, para arrancar un electrón de un átomo, como quien corta una naranja de un árbol, se necesita un fotón ultravioleta. El átomo es inmune a fotones de menor energía, directamente no los absorbe. Y aquí está la clave cuántica de la absorción: un solo fotón ultravioleta es capaz de arrancar una naranja (un electrón) de un bosque de naranjos (átomos), mientras que millones de fotones infrarrojos, los de más baja energía, son incapaces de arrancar siquiera una. La física de los fotones es el contraejemplo microscópico de "la unión hace la fuerza": **lo que no puede un fotón no pueden muchos.**

Las mutaciones del ADN que dan lugar al cáncer son alteraciones a nivel atómico creados por radiación de alta frecuencia, donde los fotones (cada uno de ellos) son de energías altas. La incidencia de este tipo de radiación en el aumento de cáncer está muy establecida. En cambio, en el caso del teléfono celular, la frecuencia de la radiación es más o menos la misma que la del microondas de la cocina, donde la energía de cada fotón es insuficiente para arrancar un electrón de un átomo. El proceso de arrancar un electrón de un átomo es bautizado en jerga física por "ionizar", y la radiación inculpada es ionizante.

Entonces, mientras un número relativamente chico de fotones de rayos gamma (radiación ionizante) puede alterar la química celular y dar lugar al cáncer, una horda de **fotones visibles** (los de la bombita de luz por ejemplo) o de microondas (los del celular) golpeándonos la piel cada segundo son **inocuos**.

Lo que sí pueden hacer los fotones de **infrarrojo** o de **microondas** es **producir vibraciones**, agitar a los átomos sin modificarles su estructura y **aumentar** así **la temperatura de la piel**. Al fin y al cabo por ese mecanismo el microondas calienta el guiso de ayer, la estufa eléctrica nos entibia y las brasas de la parrilla cocinan la molleja.

Mas aún, las estadísticas no muestran un aumento de la incidencia de cáncer cerebral desde la invención de celular (incluso algunas muestran disminución), ni para los obreros que trabajan en las antenas de transmisión, donde la intensidad de la radiación es grande.

Es cierto que las razones precisas de la génesis del cáncer son todavía objeto de estudio. Pero también es cierto que no hay un mecanismo físico plausible que vincule la radiación del celular con el cáncer.

Espectros atómicos. Átomo de Bohr

Otra de las corrientes de ideas del siglo XIX, con resultados incompatibles con la física newtoniana son los espectros atómicos. Las frecuencias de la luz emitida por átomos de distintos gases no forma un continuo sino que los átomos emiten luz en frecuencias muy definidas. Más precisamente, las frecuencias de la radiación emitida por un átomo pueden clasificarse de acuerdo con la siguiente fórmula (encontrada por Balmer, en 1888)

$$f = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

donde n y m son enteros, y $m > n > 1$.

En retrospectiva, las frecuencias definidas implican (o implicarían) que hay algo ondulatorio en los electrones: en un sistema en vibración, como un tambor, o una cuerda de guitarra, solo ciertas frecuencias son permitidas. Pero en realidad la teoría ondulatoria de los electrones llegó años después. Antes, Niels Bohr (en 1813) propone una cuantización del momento angular de la órbita de un electrón. Dado que la constante de Planck tiene unidades de momento angular, Bohr propone, para un electrón de masa m que se mueve a velocidad v en órbita circular de radio r:

$$mvr = n\hbar$$

donde $\hbar/2\pi$, y n son números enteros.

A partir de esa regla, Bohr deriva la relación de Rydberg. Veamos cómo. En una órbita circular la fuerza centrípeda es igual a la atracción de Coulomb (e es la carga del electrón, y por simplicidad tomamos un átomo de Hidrógeno, con un solo protón en el núcleo):

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}$$

o, lo que es lo mismo (usando la regla de Bohr)

$$(mvr)^2 = mre^2 = (n\hbar)^2.$$

En otras palabras, solo ciertos radios (cuantizados) son posibles

$$r = \frac{\hbar^2}{me^2}n^2$$

Ahora, la energía total del electrón es la suma de su energía cinética más la potencial:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{r}$$

En una órbita circular (como vimos más arriba)

$$mv^2 = \frac{e^2}{r}$$

de modo que la relación entre energía y el radio (siempre para una órbita circular) es

$$E = -\frac{e^2}{2r}$$

Dado que los radios posibles están cuantizados, las energías posibles del átomo serán

$$E = -\frac{me^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}, \quad (n = 1,2,\cdots)$$

En conclusión, la regla de Bohr da cuenta de la observación experimental de Rydberg.

La regla de Arnold Sommerfeld permite calcular (aproximadamente) las energías de sistemas cuánticos periódicos.

Otros ejemplos sencillos de cuantización, regla de Sommerfeld

La regla de Bohr fue extendida por Sommerfeld para órbitas más generales, para situaciones periódicas en los que la velocidad no es constante.

La propuesta de Sommerfeld es que, en una órbita de energía fija, se cumple la siguiente relación

$$\int p\, dx = n\, h$$

donde p=mv es el momento de la partícula, y la integral es sobre una órbita cerrada. En una órbita circular a velocidad constante, la integral se reduce a la fórmula de Bohr. Los ejemplos clásicos de aplicación de esta regla son:

PARTÍCULA EN UNA CAJA DE UNA DIMENSIÓN

En una caja de largo L la partícula rebota entre los extremos, su velocidad es constante. En cada período de la órbita la partícula recorre un largo $2L$, de modo que

$$\int p\, dx = p2L = n\, h$$

Es decir, los valores del momento están cuantizados

$$p = \frac{nh}{2}$$

La energía de la partícula dentro de la caja es solo cinética, y está cuantizada de acuerdo a:

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{8mL^2} n^2, \qquad (n = 1,2, \cdots)$$

OSCILADOR ARMÓNICO

Para una partícula en un potencial parabólico (el péndulo para pequeñas oscilaciones de frecuencia ω) la energía es

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

de manera que

$$\begin{aligned} p(x) &= \sqrt{2mE - (m\omega x)^2} \\ &= m\omega\sqrt{x_0^2 - x^2} \end{aligned}$$

donde $x_0 = \pm\sqrt{2mE} / m\omega$ son los puntos de retorno, o los puntos de amplitud máxima de la oscilación de energía E.

La integral

$$\int p\,dx = 2m\omega \int_{-x_0}^{x_0} dx \sqrt{x_0^2 - x^2}$$

es sencilla (el factor 2 es debido a que el tránsito es de "ida" y "vuelta") ya que

$$2\int_{-x_0}^{x_0} dx \sqrt{x_0^2 - x^2} = \pi x_0^2$$

es simplemente el área de un círculo de radio x_0. Entonces

$$m\omega\pi x_0^2 = nh = m\omega\pi \frac{2E}{m\omega^2}$$

y

$$E = n\hbar\omega, \; (n = 1,2,\cdots)$$

es otra de las clásicas cuantizaciones. Notemos la similitud con la cuantización de Planck, con la que empezamos esta discusión. La similitud está en que las ondas electromagnéticas se comportan como osciladores (de hecho, hablamos de modos normales de oscilación). Por eso es tan importante el oscilador armónico y lo consideramos como último ejemplo.

El siguiente paso sería discutir en más detalle los desarrollos de Schrödinger de la mecánica ondulatoria, pero lo dejamos para discusiones futuras.

Cerramos en cambio esta exposición con una discusión cualitativa del carácter ondulatorio y probabilístico de la cuántica, con una alusión literaria.

El azar en la mecánica cuántica, Borges y los mundos paralelos

Las leyes de la mecánica cuántica describen el comportamiento del mundo microscópico: un mundo en el que los objetos son tan livianos que la presión de un rayo de luz, por tenue que sea, puede ocasionar desplazamientos bruscos.

Esos objetos –átomos y moléculas invisibles al ojo humano– se mueven e interactúan unos con otros de una manera cualitativamente distinta de como lo hacen las pelotas de tenis, los automóviles, los planetas y el resto de la fauna del mundo visible. Veamos cómo.

Tanto en la descripción del mundo microscópico como en la del macroscópico es útil y pertinente hablar del *estado* de un objeto. Un estado posible de una pelota de tenis es: en reposo al lado de la red. Otro estado posible es: a un metro del suelo y moviéndose hacia arriba a una velocidad de un metro por segundo. En este lenguaje, especificar el estado de la pelota de tenis en un momento dado equivale a indicar su posición y su velocidad en ese momento. Las leyes de la mecánica clásica enunciadas por Isaac Newton permiten predecir, a partir del estado de la pelota de tenis en un instante inicial, su estado en todo instante posterior. La secuencia de estados no es sino la *trayectoria* de la pelota de tenis. En mecánica cuántica, esta descripción no funciona ni se aplica. Los átomos y otras partículas microscópicas no admiten una descripción en la que indicar el estado de la partícula en un momento equivalga a indicar su velocidad y su posición: en mecánica cuántica, especificar el estado de una partícula en un momento dado es indicar una función que conlleva la *probabilidad* de que esa partícula esté en un cierto lugar a una cierta velocidad.

Las leyes de la mecánica cuántica, enunciadas por Erwin Schrödinger y Werner Heisenberg, permiten calcular los cambios temporales de esa función de probabilidad (o bien, en términos más técnicos, de la *función de onda*).

Los cambios de estado no son cambios de posición sino cambios de la función de onda. Nos encontramos así con una de las **revoluciones conceptuales de la mecánica cuántica**: el reemplazo de la idea de trayectoria por una descripción de las probabilidades de las trayectorias. Pero la historia no termina ahí. Al fin y al cabo, en nuestro mundo cotidiano a menudo enfrentamos situaciones en las que el azar juega un papel crucial y cuya descripción requiere un lenguaje probabilístico. Así, con el objeto de comparar dos visiones probabilísticas –la clásica y la cuántica– consideraremos el más simple de los experimentos aleatorios del mundo macroscópico:

- Alicia tira al aire una moneda y la retiene en su mano cerrada.

María debe predecir si la moneda que Alicia oculta en su mano cayó cara o cruz. Desde el punto de vista de María, el estado de la moneda (olvidémonos por el momento de su velocidad) podría describirse por una función probabilística (clásica) que indica que cada uno de los estados posibles, cara o cruz, tiene una probabilidad del 50%. Si bien María tendrá que esperar que Alicia abra la mano para saber si la moneda cayó cara o cruz, es "obvio" que la moneda cayó en una, y sólo una, de las dos posibilidades y que la descripción probabilística en este caso cuantifica la ignorancia de María respecto del estado o de la posición de la moneda.

- Cuando Alicia abre la mano, María comprueba que cayó cruz.

Por un lado, podemos hablar del cambio de estado de la memoria de María, que pasó de ignorar en qué posición cayó la moneda a saber que cayó cruz. Por otro, el estado de la moneda no cambió durante el proceso de observación: la moneda había caído cruz y lo único que hizo la observación fue develar un resultado que existía de antemano.

Comparemos este experimento con su equivalente microscópico.

Si bien no existen monedas microscópicas, existen sistemas (átomos) que pueden hallarse en uno de dos estados mutuamente excluyentes.

Para los que leyeron de física cuántica, la alusión es al "espín" del átomo, que puede tomar dos valores: "arriba" y "abajo". Digamos que tenemos un átomo en una "caja" cerrada (que desempeña el papel de la mano de Alicia) y que sabemos que la función de onda del átomo corresponde un 50% hacia arriba y un 50% hacia abajo. En analogía con la moneda de Alicia, si abrimos la caja veremos el átomo en una de las dos posibilidades; si repetimos muchas veces el experimento siempre disponiendo el átomo en el mismo estado inicial, comprobaremos que aproximadamente la mitad de las veces el espín está hacia arriba y casi la mitad de las veces, hacia abajo.

Hasta aquí, las dos visiones probabilísticas coinciden. Sin embargo, la mecánica cuántica admite la posibilidad de que el átomo se encuentre en una *superposición* de estados antes de ser observado y en un estado definido después de ser observado.

Digamos que María tiene ahora un detector que puede abrir la caja y observar el espín del átomo. Después del proceso de medición no sólo cambia la memoria de María sino que *también cambia el estado del átomo*. La diferencia crucial estriba en que, antes de que María lo observara, el átomo se encontraba en una superposición de los dos estados, por lo que no tiene sentido decir que estaba hacia arriba o hacia abajo, ya que estaba simultáneamente en los dos estados. Esta peculiar característica, que no tiene cabida en nuestra intuición, nos deja frente a otra de las revoluciones conceptuales de la mecánica cuántica: la pérdida de la existencia de una realidad objetiva en favor de varias realidades que existen simultáneamente.

Para Niels Bohr, cuya visión conocemos como "la interpretación de Copenhague" y representa la ortodoxia dominante, las entidades microscópicas difieren de las macroscópicas en su estatus ontológico y el problema filosófico comienza y termina allí. En otras palabras, sólo tiene sentido hablar del estado de una partícula microscópica una vez que ésta ha interactuado con un aparato (macroscópico) de medición. Pero entonces la dificultad se agrava, porque la teoría cuántica pretende ser una teoría del mundo completa y unificada; y si contiene elementos alarmantes que desafían la intuición en un nivel microscópico, no existe una manera de prevenir que estos efectos propaguen su infección al mundo macroscópico.

La pregunta central –que resume el problema de la medición, todavía hoy sin resolver– podría formularse en el contexto de nuestro ejemplo de la siguiente manera: si tanto María como el átomo están "sometidos" a las leyes cuánticas, y si el átomo se encuentra en una superposición de estados antes de la medición y en un estado bien definido después de ella, **¿a través de qué mecanismo el átomo "elige" un estado y no otro?**

El consenso generalizado supone que la solución de este dilema excede a la mecánica cuántica y desborda una de las teorías de la física dotada de mayor poder explicativo y de predicción. Por el contrario, en el experimento clásico de Alicia y María, las leyes de Newton pueden predecir la trayectoria de la moneda desde el momento en que esta sale de la mano de Alicia hasta el momento en que cae: si bien es un problema muy difícil, si conociéramos con absoluta precisión (la mecánica newtoniana no impone restricciones a la precisión con la que están determinadas las variables iniciales) el ángulo y la velocidad con que sale la moneda, y las posiciones y velocidades de las moléculas de aire que chocarán con ella, podríamos predecir si caerá cara o cruz.

La única "solución" a esta paradoja podría estar contenida en la teoría de Everett, que, si bien propone una respuesta coherente, resulta demasiado rebuscada para el gusto de algunos físicos que la acusan de "placebo verbal", de "extravagante" y de acarrear "demasiado equipaje metafísico".

Llegamos así a la encrucijada central del laberinto: o aceptamos que la mecánica cuántica es incompleta o damos nuestro visto bueno a la resistida teoría de los mundos paralelos de Everett y DeWitt, caso en el cual el mundo sería precisamente el laberinto de Ts'ui Pên, quien:

creía en infinitas series de tiempos, en una red creciente y vertiginosa de tiempos divergentes, convergentes y paralelos. Esa trama de tiempos que se aproximan, se bifurcan, se cortan o que secularmente se ignoran, abarca todas las posibilidades. No existimos en la mayoría de esos tiempos; en algunos existe usted y no yo; en otros, yo, no usted; en otros, los dos [destacado en el original].

Las bifurcaciones de Ts'ui Pên y las ramificaciones de Hugh Everett III

En el prólogo de *Ficciones*, Borges advierte que "El jardín de senderos que se bifurcan" es una pieza policial. Yu Tsun, espía y protagonista del relato, debe comunicar el nombre de una ciudad a los oficiales alemanes. Acosado por el implacable capitán Richard Madden, decide transmitir su mensaje matando al sabio sinólogo Stephen Albert, cuyo apellido es igual al nombre de la ciudad que los alemanes deben atacar.

El cuento comienza así:
En la página 242 de la Historia de la Guerrra Europea de Lidell Hart, se lee que una ofensiva de trece divisiones británicas (apoyadas por mil cuatrocientas piezas de artillería) contra la línea Serre-Montauban había sido planeada para el 24 de julio de 1916 y debió postergarse hasta la mañana del día 29.

Se ha escrito mucho sobre la página del libro de Hart, y las discrepancias entre fechas del bombardeo. Lo cierto es que la ciudad de Albert existe y el mapa está en el libro de Hart. Cuando los diarios británicos publiquen la noticia del asesinato de Albert perpetrado por un desconocido, los alemanes recibirán el mensaje.

Yu Tsun encuentra la dirección de la casa de Albert en la guía telefónica. Una vez allí, por obra de una inefable coincidencia borgeana, el sabio reconoce en él al bisnieto de Ts'ui Pên, un astrólogo chino que ha escrito un libro extraordinario: *El jardín de senderos que se bifurcan*. Ts'ui Pên se había propuesto dos tareas inconcebibles: construir un laberinto infinitamente complejo y escribir una novela interminable. Después de su muerte se pensó que había fracasado, porque la existencia del laberinto era un enigma y la novela no sólo estaba incompleta sino que resultaba absurda e incoherente (por ejemplo, algunos personajes morían y luego reaparecían en capítulos posteriores). Para sorpresa de Yu Tsun, Albert le revela que ha descubierto el secreto de la misteriosa novela: el libro *es* el laberinto, y el laberinto no es espacial sino temporal. *El jardín...* es la imagen del universo tal como lo concebía Ts'ui Pên. Y si aceptamos la hipótesis de Everett, el mundo es un jardín de senderos que se bifurcan.

Volvamos ahora al experimento de María y el átomo. Según la teoría de los muchos mundos, cuando María toma conciencia de que el átomo se halla en un estado definido, el universo se divide en dos copias casi idénticas: en una de ellas el espín apunta hacia arriba y en la otra, hacia abajo.
El universo se ramifica en cada medición cuántica con un componente por cada resultado posible del experimento. En uno de los universos, la memoria

de María se corresponde con el espín hacia arriba; en el otro, con el espín hacia abajo. La secuencia de las configuraciones de la memoria de María, o la "trayectoria" de las memorias, es diferente en cada uno de los universos. Los dos autores presentan la idea central de maneras llamativamente parecidas.

En la sección 5 del artículo original, Everett sostiene:
La "trayectoria" de las configuraciones de la memoria de un observador que realiza una serie de mediciones no es una secuencia lineal de configuraciones de la memoria sino un árbol que se ramifica [a branching tree], con todos los resultados posibles que existen simultáneamente [la traducción me pertenece].

Y en "El jardín...", Borges dice:
En todas las ficciones, cada vez que un hombre se enfrenta con diversas alternativas, opta por una y elimina las otras; en la del casi inextricable Ts'ui Pên, opta –simultáneamente– por todas. Crea, así, diversos porvenires, diversos tiempos, que también proliferan y se bifurcan [destacado en el original].

Los párrafos incluso pueden ponerse casi en correspondencia uno a uno. Ahora bien, **¿dónde están todos estos universos?** Una de las respuestas posibles es que pueden estar "aquí", donde está "nuestro" universo. Según la teoría, esos universos no interactúan, por lo que no hay razón para excluir la posibilidad de que ocupen un mismo espacio. Otra respuesta sería que los universos se encuentran "apilados" en una dimensión adicional de la que nada sabemos. En última instancia, **¿qué nos enseña este asombroso paralelismo?** Al fin y al cabo, las coincidencias existen.

En mi opinión, el innegable y extraordinario parecido entre los dos textos nos muestra que la mente de Borges estaba inmersa en el entramado cultural del siglo XX, en esa complejísima red cuyos componentes secretos se ramifican más allá de los límites clasificatorios de cada disciplina.

> La estructura de ficción razonada de los cuentos de Borges, que a veces parecen teoremas con hipótesis fantásticas, destila ideas en proceso de gestación que –antes de convertirse en teorías– hacen una bienvenida escala en la literatura. Y así como las ideas de Everett y DeWitt pueden leerse como ciencia ficción, en "El jardín de los senderos que se bifurcan" la ficción puede ser leída como ciencia.

TIPOGRAFÍAS UTILIZADAS


$E=mc^2$

Contenidos científicos para docentes de física

Curso de capacitación

Esta publicación se propone ofrecer a los docentes del Nivel Secundario conocimientos teóricos y prácticos sobre Física, aportando distintas herramientas para comprender los hechos de la vida cotidiana. "Una mirada al mundo que nos rodea: una aventura científica".

Considerando el aprendizaje de las Ciencias como uno de los aspectos centrales de la educación, es que se da importancia al desarrollo de los presentes contenidos de Física. Sabemos que pocas experiencias pueden ser tan estimulantes para el desarrollo de las capacidades intelectuales de los jóvenes como el contacto con los hechos del mundo real y el despliegue de sus potencialidades para conocerlo. Es por ello, que desde esta publicación se refuerza el desarrollo profesional de los docentes permitiéndoles generar prácticas científicas innovadoras.

El libro contiene valiosa información actualizada sobre Física y brinda ideas para realizar experimentos científicos, desarrollando la observación y aprendiendo distintas técnicas de investigación, familiarizándose con el manejo de instrumentos y diferentes dispositivos. La aventura científica empieza y recuerden que el mundo que nos rodea se renueva y cambia cada vez que cualquiera de nosotros lo piensa y lo experimenta.

TUCUMÁN
GOBIERNO DE TUCUMÁN
MINISTERIO de EDUCACIÓN PROVINCIA de TUCUMÁN
CERELA CONICET
CIIDEPT
CENTRO DE INNOVACIÓN E INVESTIGACIÓN PARA EL DESARROLLO EDUCATIVO, PRODUCTIVO Y TECNOLÓGICO